



ISSN:1306-3111

e-Journal of New World Sciences Academy  
2010, Volume: 5, Number: 3, Article Number: 1C0157

**EDUCATION SCIENCES**

Received: May 2009

Accepted: June 2010

Series : 1C

ISSN : 1308-7274

© 2010 www.newwsa.com

**Melih Turgut**

**Süha Yılmaz**

Dokuz Eylül University

melih.turgut@gmail.com

İzmir-Turkey

**TEKNOLOJİ DESTEKLİ LINEER CEBİR ÖĞRETİMİNİN ÖĞRENCİLERİN GEOMETRİK  
DÜŞÜNME DÜZEYLERİNE ETKİSİ**

**ÖZET**

Bu araştırmanın amacı, teknoloji destekli lineer cebir öğretiminin öğrencilerin Van Hiele geometrik düşünme düzeylerine etkisini belirlemektir. Araştırmanın modeli ön test-son test kontrol gruplu deney desenidir. Araştırma, Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Eğitimi anabilim dalında öğrenim gören, 44'ü kontrol 41'i deney grubunda olmak üzere 85 öğrenci üzerinde gerçekleştirilmiş ve ölçme aracı olarak Van Hiele testi kullanılmıştır. Araştırma sürecinde, deney grubunda teknoloji destekli lineer cebir öğretimi, kontrol grubunda geleneksel öğretim yapılmıştır. Verilerin çözümlenmesinde Mann-Whitney U Testi ve Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi kullanılmıştır. Bulgulara göre kontrol ve deney grubundaki öğrencilerin Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri arasında anlamlı bir farka rastlanmamıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Lineer Cebir Öğretimi, Teknoloji Destekli Öğretim, İlköğretim Matematik Öğretmen Adayı, Geometrik Düşünme Düzeyi.

**THE EFFECT OF TECHNOLOGY ASSISTED LINEAR ALGEBRA INSTRUCTION TO  
STUDENTS' GEOMETRICAL THINKING LEVELS**

**ABSTRACT**

The purpose of this study is to determine the effect of technology assisted linear algebra instruction on students' Van Hiele geometrical thinking levels. This work is an experimental study and the model of the research is designed based on a pretest-posttest control group model. The research is conducted with 85 students, 44 are in the control group and 41 are in the experiment group, of department of primary mathematics teacher of Dokuz Eylül University, Buca Educational Faculty, and the data is collected by Van Hiele test. Technology assisted instruction is used in the experiment group and traditional teaching method is used in the control group. In the research, Mann-Whitney U Test and Wilcoxon Signed Rank Test are used. According to results, there is no significant difference between the experiment and the control group with respect to Van Hiele geometrical thinking levels.

**Keywords:** Linear Algebra Teaching, Technology Assisted Instruction, Pre-service Primary Mathematics Teacher, Geometrical Thinking Level.

## 1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Lineer cebir ifadesinin kullanımı yirminci yüzyılın ortalarına dayansa da, bu ifadeye ait ilk temeller matris gösterimini kullanan ve geliştiren İngiliz matematikçiler Arthur Cayley, William Hamilton ve James Joseph Sylvester tarafından atılmıştır. Daha sonra, Josiah Willard Gibbs'in vektörel çarpımı tanımlarken 3x3 formatında bir determinantı kullanması, determinantlara büyük ve önemli bir anlam yüklenmesini sağlamıştır. Ardından yapılan çalışmalar ve yeni yeni gelişen vektörel analizin gerçek hayat problemlerine uygulanmaya başlamasıyla konu ile ilgili araştırmalar önemli bir ivme kazanmıştır. Geometri ile matrisler arasında sıkı bir bütünleşme kurulmuş ve bu ikili mekanik gibi konularda pratik çözümler sağlaması bakımından araştırmacıların en önem verdiği alanlardan biri haline gelmiştir. Maxwell denklemleri bu etkileşimin ve ilerlemenin en güzel örneklerinden birisidir.

Yirminci yüzyılın ortalarına doğru formalizm akımı matematikçileri etkilemiş ve matematiksel kavramlarının yapısı irdelenmeye başlamıştır. Peki, bu formalizm akımı nedir? Neden matematikçileri çok etkilemiştir? [1]'de bu yaklaşım "Bir formalist matematiği kesin bir ispat bilimi olarak tanımlar. Matematikte elinizde ya ispat vardır ya da bir şey yoktur" şeklinde açıklanmıştır.

Formalist akım aksiyomatik yapıyı benimser, her şey kanıtlanabilir ve en genel formda olmalıdır. Bu açıdan vektör kavramının en genel hali gerekli olmuştur, çünkü yapılacak genelleştirme ve ispatlar her zaman en genel halde olmalıdır. Dolayısıyla, bu süreçte vektör uzayı kavramı fazlaca kabul görmüş ve buna ardıl olarak tanımlanan kavramlar, lineer bağımsızlık, taban (baz) ve boyut kavramları olmuştur. Bu sürecin devamı olarak da  $n$  boyutlu uzaya ait genelleştirilmeler, soyut vektör uzayı kavramlarının varlığı ve afin uzay kavramları -günümüz müfredatına yer aldığı gibi- yer yer şekillenmeye başlamıştır.

Matematik eğitimi üzerine yapılan araştırmalar 1970'li yılların ardından büyük bir ilerleme kaydetmiş ve günümüze kadar konu olarak ilköğretim seviyesinde bir yığılma olmuştur. Bunun sebebi, bireylerin yaşlarının ilerledikçe öğrenmelerin karmaşıklaşması ve zor hale gelmesi olabilir. Bunun yanında "öğrenme" sürecine ilişkin ilk yapılan çalışmaların genellikle çocukların gelişimi ve öğrenmeleriyle ilgili olmaları anılan yığılmaya bir gerekçe gösterilebilir. Son yıllarda ise ileri seviyedeki derslerin öğretimine yönelik çalışmalar artmaya başlamıştır. İlk olarak üzerinde durulan konu analiz (kalkülüs) konularının öğretimi olmuştur. Konu ile ilgili alanyazında oldukça fazla çalışma görülmektedir. Örneğin, [2, 3 ve 4].

Son onbeş yıldır ise fen, matematik ve mühendislik müfredatlarında analiz dersinden sonra ikinci temel ders olarak yer alan lineer cebir öğretimine yönelik araştırmalar ele alınmaya başlamıştır. İçeriği gereği soyut kavramlar barındıran bu dersin öğretiminde fazlasıyla sıkıntı yaşanmaktadır ve öğrencilerin başarısının oldukça düşük seviyede olduğu hakkında araştırmacıların hemfikir oldukları görülmektedir [5, 6, 7 ve 8]. Dersi veren öğretim elemanlarının karşılaştıkları sorunların en başında soyut kavramların öğretimi ve genelleştirme gelmektedir. Alanyazında, bu probleme "formalizm sorunu" adı verilmektedir [8].

İleride ele alınacağı gibi geometri ve lineer cebir birbiriyle sıkı bir ilişki içerisindedir. Bu bağlamda sezgisel olarak geometrik düşünme düzeyi ile lineer cebir arasında bir ilişki olup olmadığı sorusu akla gelebilir. Bunun yanında "lineer cebir içerisinde yer alan geometrik gösterimlerin, teknoloji desteğiyle ön plana çıkarılması öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini etkileyecek midir?" sorusu araştırmacının problemi konumundadır.

### 1.1. Lineer Cebir Öğretimi ile İlgili Kuramsal Bilgiler (Theoretical Frameworks about Linear Algebra Teaching)

Kuramsal bir çalışma olan [9]'da, lineer cebir öğretimine yönelik üç temel ilke belirlenmiştir. Bunlar, somutluk, gereksinim ve genellenebilirlik ilkesidir.

Birinci ilke "Somutluk" ilkesidir. Soyut matematiksel bir kavramı, somut bir kavram üzerinden öğretebilmek için bu somut kavram, öğrencilerin soyut kavramın doğasını anlamalarına olanak verecek düzeyde olmalıdır ([9]'dan akt. [8]). Öğrenciye sunulan kavramlar, geçiş ve yapılanmaya olanak vermelidir. [9]'a göre soyut lineer cebir kavramlarının geometrik somutlaştırmasının devamlılığı, öğrencilerin anlamalarını sağlam bir tabana oturtabilir [7]. Fakat bu noktada somutlaştırma ve geometrinin kullanımına dikkat edilmelidir. Çünkü [9]'da bu noktaya dikkat çekilmiş ve bir lineer cebir dersine geometri ile başlayıp ve geometriyle elde edilen bazı genelleştirmelerin kullanılmasıyla cebirsel kavramların inşasının yanlış olduğu öne sürülmüştür [7].

Bu yaklaşıma göre doğrudan ve sürekli geometriyi lineer cebir derslerinde kullanmak doğru değildir. [9]'a göre geometrinin cebirsel kavramlardan önce tanıtılması durumunda birçok öğrenci geometrik vektörlerle sınırlı kalmakta ve genelleme yapamamaktadırlar. Geometri, örneğin,  $IR^n$ 'in detaylı sunumundan sonra verilebilir [10].

[9]'a göre ikinci temel öğretim ilkesi "Gereklilik"tir. Gereklilik prensibi, "bilgi bir problemin çözümü olarak gelişir" ilkesine dayanır [9]'dan akt. [8]. [8]'e göre gereklilik prensibi, öğrencilerin lineer cebir dersine aktif katılımlarını ifade eder. Öğretmen, sadece örnek çözer, sonra gene örnek çözer pozisyonunda olursa, öğrencilerin öğrenmeleri elbette sınırlı kalacaktır. Bu ilkede yatan gizlilik sınıf içi etkinliklere dikkat edilmesidir. Bu ilkenin göz ardı edilmesine [7]'de, vektör uzayı tanımının  $IR^n$ 'in özelliklerinin sunumuyla yapılması örnek verilmiştir. Çünkü bu süreç bilinen kavramların tekrarlanması şeklinde olup, öğrenciler sadece dinlemekte ve not alma pozisyonundadırlar. İki adi vektörün toplamı, sabitle çarpımı vs gibi.

[9]'a göre üçüncü öğretim ilkesi "Genellenebilirlik"tir. Somutlaştırma yöntemi kullanılarak yapılan bir öğretim, kavramların genelleştirilebilmesine açık olmalı ve öğrenciyi genelleştirme yapabilme ve cesaretlendirici türde olmalıdır [9]'dan akt. [7]. Bu ilkede somutluk ilkesi adı altında yapılan etkinliklere dikkat edilmelidir. Kullanılan somut kavramlar, öğrencilerin soyut kavramları anlama ve özümsemelerine yardımcı olacak şekilde düzenlenmelidir. Örneğin, öğrenciye lineer bağımlılık ve lineer bağımsızlık kavramları anlatılırken, sayı eksenini üzerindeki 2 vektörün lineer bağımlı, sonra düzlemdeki üç vektörün lineer bağımlı olduğu gösterilip bırakılmamalı,  $n$  boyutlu uzayda  $n+1$  tane vektörün lineer bağımlı olduğu söylenmeli, söylenmelidir.

[11]'de, lineer cebir öğretiminde üç farklı düşünme biçimi tanımlanmıştır. Bunlar, Sentetik-Geometrik, Analitik-Aritmetik ve Analitik-Yapısal düşünme biçimleridir. [11]'de, bu üç farklı düşünme biçimi öncelikle geometrik ve analitik olarak iki başlık altında açıklanmış daha sonra ise aritmetik ve yapısal düşünme farklılıkları belirtilmiştir.

Öğrenciler açıklamalarında bu üç farklı düşünme biçimini ayrı ayrı kullanmaktadırlar [12]. Sentetik-geometrik düşünme biçimi geometrik açıklamaları kullanır ve bu düşünme şeklinde objeler kolayca anlaşılır fakat tanımlanmaz [11]. Öğrenciler, daha önceden bildikleri geometrik kavramların aracılığıyla zihinlerinde bir yapılanma sürecine girerler. Dolayısıyla da açıklamaları öğrenme süreçlerine paralel

olmaktadır. [12]'de bu konuya güzel bir örnek verilmiştir. Öğrencilerin, bir vektör kümesinin geometrik ortamdaki konumlarından yararlanarak lineer bağımlı yada bağımsız olduklarını kolayca belirleyebilmektedirler. Geometrik gösterimin bu özelliği vektörleri ve vektörlerin lineer bağımsızlığını tarif eder ama tanımlamaz.

Analitik düşünme biçimleri, sayısal ve cebirsel gösterimleri kullanır [12]. Bu düşünme şekli genellemelerle ilişkilidir. Bu bağlamda iki farklı alt düşünme şekline bahsedilir [11]. [13]'de, analitik-aritmetik ve analitik-yapısal düşünme biçimleri aşağıdaki cümlelerle birbirinden ayrılmıştır:

Analitik-aritmetik düşünme biçiminde nesnelere formüller vasıtasıyla tanımlanır ve hesaplama yöntemiyle işlemlere önem verilir. Analitik-yapısal düşünme biçiminde ise odak nokta matematiksel nesnelere özellikleridir.

Bu açıklamalara şu örnek verilebilir: Sayısal olarak verilen 4 elemanlı bir vektör kümesinin lineer bağımsızlığını  $\lambda_1\vec{u}_1 + \lambda_2\vec{u}_2 + \lambda_3\vec{u}_3 + \lambda_4\vec{u}_4 = 0$  ifadesinde  $\lambda_i = 0$  ( $i=1,2,3,4$ ) gerektirmesini kullanmak analitik-aritmetik düşünme biçimine örnektir. Bu dört vektörü ilgili uzayın boyutundan hareket ederek ele almak, yani daha formal bir yol izlemek analitik-yapısal düşünen öğrenciye örnektir.

Açıklanan üç farklı düşünme şekli niye lineer cebir öğretiminde önemlidir? Bu sorunun yanıtı çok önemlidir. Bu kuramsal çatı altında hazırlanacak ders için sunum ve etkinliklerin üç farklı şekilde düşünen öğrencilerin hepsini ortak paydada toplayabileceği düşünülmektedir. Bunun yanında, ders sonu değerlendirilmelerinde öğrencilerin bu düşüncelerin ön plana çıkması ve gelişmesi için öğretim elemanlarının bu süreçlerden haberdar olmasının gerektiği düşünülmektedir.

### **1.2. Teknoloji Destekli Matematik ve Lineer Cebir Öğretimi (Technology Assisted Mathematics and Linear Algebra Instruction)**

Teknolojinin son otuz yıldaki hızla ilerleyişi ve üretilen bilgi işleme araçlarının pratik ve öğrenme ve öğretme sürecine uygun oluşu eğitimcileri çok fazlasıyla etkilemiştir. Matematik eğitimindeki yapılan araştırmaların ortak noktası, matematiği nasıl daha iyi öğretiriz? sorusudur. Geleneksel yaklaşım olan "sadece konuşmayla öğretim" artık kabul edilemez ve yeterli olmamaktadır, çünkü bu yaklaşım her bir öğrencinin bilişsel seviyesini ve kişisel gelişimini göz ardı etmektedir [6]. Var olan problemlerin çözümü için araştırmacılar, teknoloji destekli öğretimin bir çözüm aracı olabileceğini düşünerek ve konu ile ilgili çalışmalar yapmışlar oldukça somut bulgular elde etmişlerdir, örneğin; [14], [15], [16].

Hızla ilerleyen teknoloji kimi zaman bir öğretim aracı olurken fen ve mühendislik alanlarına farklı bir perspektiften girmiştir. Bu devam eden sürecin en önemli ürünlerinin bir kısmı matematik paket programları olmuştur. Bu yazılımlar, örneğin Maple, Matlab, Mathematica, Derive vs oldukça etkili fonksiyonlara sahiptir. Bu fonksiyonlar aşağıdaki gibi özetlenebilir [5]:

- Matematiksel Hesaplamalar;
- Algoritma Oluşturma;
- Veri Değerlendirme;
- Modelleme, Simülasyon ve Ürün Oluşturma Projeleri;
- Veri Analizi, Keşfetme ve Görselleştirme;
- Bilimsel ve Mühendislikle ilgili Grafikler;
- Uygulama geliştirme; ve
- Sembolik Hesaplamalardır.

Bu fonksiyonlar çoğu ileri matematiksel hesaplamaları yapabilmektedir. Dolayısıyla bu programlar üniversite seviyesinde çok önemli olup, son yıllarda ileri matematik eğitimi araştırmalarında da kullanılmıştır, [5]; [6]; [17]. Fakat bu programların kullanımına dikkat edilmelidir. Bu programlarla tanışan öğrencilerin ilk tepkisi "o halde biz niye öğreniyoruz" sorusu olmaktadır. Bu araştırmada da ilk olarak bilgisayar yazılımlarının noktasal ve vektörel kayıt girdilerinin nasıl oluşturulduğu ve fark motorunun keşfinden sonra bilgisayarın nasıl geliştiği açıklanarak, öğrencilere bu yazımların birer matematiksel ürün olduğu ve araştırmacıların bulgularıyla geliştirildikleri hatırlatılmıştır.

Günümüzde, lineer cebir derslerinde kullanabileceğimiz iki temel teknolojik materyal vardır, bunlar matematiksel yazılımlar ve öğretim ve öğrenim amaçlı web sayfalarıdır; Matlab, Mathematica, Derive, Maple ve Linalg, lineer cebirde kullanılabilecek en etkili yazılımlardır, [1]. Ayrıca, birçok araştırmacı adı geçen öğretim desteklerinin kullanımının oldukça önemli olduğunu vurgulamaktadır [1, 5, 6, 7 ve 17].

Bunun yanında, öğrencilerin lineer cebir dersinde kullanılan görselleştirme yaklaşımları diğer etkinliklere tercih ettiği konu ile ilgili alanyazındaki son bulgular arasındadır [18].

### **1.3. Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri (Van Hiele Geometrical Thinking Levels)**

Pierre Van Hiele ve Dina Van Hiele-Geldof adlı iki Danimarkalı eğitimci bireylerdeki geometrik düşünme becerisini beş farklı düzeyle açıklamışlardır [19]. 0. Düzey, görselleştirme dönemidir ve cisimler sadece görsel olarak tanınır. Bu düzeyde çocuklar şekillerle ilgili ölçme yapabilirler ve şekillerin özelliklerini fark edebilirler; fakat ve soyutlama yapılamaz. 1. Düzey ise geometrik şekilleri analiz dönemine karşılık gelir. Bu düzeydeki çocuklar bir sınıftaki şekillerin her birinin özelliklerini ayrı ayrı değil bütünü birlikte düşünürler. 2. Düzey formal olmayan sonuç çıkarma düzeyidir. Bu düzeyde, bir sınıftaki şekillerin ve sınıfların özellikleri arasında ilişki kurulabilir. 3. Düzey tümevarım düzeyidir. Bu düzeydeki öğrenciler şekillerin özelliklerinden ötesine gidebilirler, şekillerin özelliklerini karşılaştırabilirler, tartışabilirler. 4. ve en üst düzey ilişkileri görebilme düzeyidir. Bu düzeydeki öğrenciler farklı aksiyomatik sistemlerin farklılıklarını ve aralarındaki ilişkileri fark edebilirler. Bu sistemleri çalışılacak birer alan olarak görebilirler. Bu düzeydeki ve ilgisi olan bir öğrenci geometriyi kendine çalışılacak bir matematik alanı olarak görebilir. Bu düzeyin ürünü, geometrideki farklı aksiyomatik sistemlerin karşılaştırılmasıdır.

### **2. ÇALIŞMANIN ÖNEMİ (RESEARCH SIGNIFICANCE)**

Alanyazın incelendiğinde, yabancı araştırmacıların konu ile ilgili çalışmalara liderlik ettiği görülmektedir, örneğin [7, 9, 10 ve 11]. Bu çalışmaların, kimi zaman birbirine paralel olan kuramsal bilgiler ortaya koymakla beraber örnek olay çalışmaları şeklinde oldukları gözlenmiştir. Araştırmacıların hemfikir olduğu konunun başında ise teknoloji destekli lineer cebir öğretiminin öğrencilerin başarılarına katkı sağlayacağı gelmektedir [1, 7, 8, 9, 17, 20 ve 21]. Bunun yanında, ulaşılabilen alanyazında lineer cebir eğitimi ve Van Hiele geometri düşünme düzeyleri birlikteliğini kuran bir çalışmaya rastlanmamıştır. "Öğrencilerin soyut düşünme becerileri ve geometrik ilişkileri irdeleyen dersin teknoloji destekli eğitimi öğrencilerin Van Hiele geometrik düşünme düzeylerini etkiler mi" sorusu araştırmacının problemi oluşturmaktadır. İlgili alanyazın ışığında, bu

problemin matematik öğrenme ve öğretmede önemliliği düşünülerek bu çalışma gerçekleştirilmiştir.

### 3. YÖNTEM (METHOD)

Araştırma modellerinden deneysel modeller, neden-sonuç ilişkilerini belirlemek amacıyla doğrudan araştırmacının kontrolü altında, gözlenmek istenen verilerin üretildiği araştırma modelleridir [22]. Bu çalışmada ön-test son-test kontrol gruplu deneme modeli kullanılmıştır. Bu modelde, yansız atama ile oluşturulmuş iki grup bulunmaktadır. Değişkenlerin ne ölçüde etkili olduğunu belirlemek için ön-test ve son-test ölçme sonuçları birlikte kullanılır.

#### 3.1. Çalışma Grubu (Work Group)

Araştırma gruplarının yansız ataması için öncelikle iki ayrı sınıfa Van Hiele testi ön test olarak uygulanmıştır. Sonra çalışma gruplarının normal dağılım gösterip göstermedikleri incelenmiştir. Yapılan Shapiro-Wilks normallik analizinde grupların normal dağılım göstermedikleri gözlenmiş (Tablo 2) ve parametrik olmayan Mann-Whitney U testiyle grupların ön test puanları karşılaştırılmıştır. Sözü edilen ön test puanları aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 1. Kontrol ve Deney Grubundaki Öğrencilerin Van Hiele Testi Ön Test Puanlarına İlişkin Mann-Whitney U Testi Sonuçları  
(Table 1. Results of Mann-Whitney U Test Related to Control and Experiment Group Students' Van Hiele Pre-Test Scores)

| Grup     | N  | Sıra Ortalaması | Sıra Toplamı | U   | p    |
|----------|----|-----------------|--------------|-----|------|
| A Sınıfı | 44 | 41.80           | 1839.00      | 849 | .620 |
| B Sınıfı | 41 | 44.29           | 1816.00      |     |      |

Tablo 1 incelendiğinde, A ve B sınıflarında öğrenim görmekte olan ilköğretim matematik öğretmen adaylarının geometrik düşünme düzeyleri arasında anlamlı bir farka rastlanmamıştır ( $U=849$ ,  $p>.05$ ). Bu sonuca dayanarak A sınıfı kontrol grubu, B sınıfı da deney grubu olarak seçilmiştir.

#### 3.2. Ölçme Aracı (Measuring Instrument)

Van Hiele testinin Türkçeye uyarlanması, geçerlik ve güvenilirlik çalışması [23]'de yapılmıştır. Test, her bir düzey için 5 madde olmak üzere toplam 25 maddeden oluşmaktadır. [23]'de Türkçeye uyarlanan testin güvenilirliği, her bir düzey için sırasıyla .48; .17; .32; .34 ve .22 olarak bulunmuştur. Düşük çıkan bu değerleri 25 madde ile benzer testler için Spearman-Brown formülüyle, sırasıyla .82, .51, .70, .72, .59'a yükseltilmiştir. Puanlamada her bir düzeye ait 5'er sorunun cevaplanması baz alınmış, [19]'dekine benzer bir yol izlenmiştir.

#### 3.3. İşlem (Procedure)

Araştırmanın deney grubunda [9] tarafından geliştirilen lineer cebir öğretimine yönelik ilkeler göz önüne alınarak öğretim planları oluşturulmuş, somutluk, gereklilik ve genellenebilirlik ilkeleri ışığı altında; 9 haftalık uygulama sürecinde geometrinin kullanımına, öğrencilerin katılımı için ders içi etkinlik ve ders onu mini sınavlara ve soyut vektör uzaylarının kullanımına dikkat edilmiştir. Bunun yanında [11]'deki düşünme biçimleri de göz önüne alınarak her dersin sunumunda öğrencilerin sentetik-geometrik, analitik-aritmetik ve analitik-yapısal düşüncelerine hitap etmesi için örnekler özenle seçilmiştir. Sunumlarda, projeksiyon cihazıyla birlikte, mathematica programı, Wolframalpha internet sitesi ve gerektiğinde de tahta birlikte kullanılmıştır. Yukarıda açıklanan kuramsal bilgiler incelendiğinde geometrinin lineer cebir öğretiminde ayrı bir yeri

olduğu görülmektedir. Bu sürecin temel amacı, yukarıda açıklanan kuramsal bilgilere uygun bir eğitim-öğretim ortamı hazırlamak olmuştur.

Araştırmanın kontrol grubunda ise geleneksel lineer cebir öğretimi uygulanmış, sadece tahta kullanılarak ders işlenmiştir.

### 3.4. Verilerin Analizi

Araştırma sürecinde kullanılan Van Hiele testinden elde edilen düzey verileri SPSS 13.0 paket programı kullanılarak çözümlenmiştir. Grup sayıları ve yapılan ölçümlerin Shapiro-Wilks normallik analizlerinden yararlanılarak, Mann-Whitney U Testi ve Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi kullanılmıştır.

### 4. BULGULAR (FINDINGS)

Bu bölümde araştırmanın amacına uygun olarak elde edilen bulgulara ve yorumlara yer verilmiştir. İlk olarak aşağıdaki tabloda yapılan ölçümlerin, Van Hiele testinin ön ve son testinin Shapiro-Wilks normallik analizleri sunulmuştur.

Tablo 2. Shapiro-Wilks Normallik Analizi Sonuçları  
(Table 2. Shapiro-Wilks Normality Analysis Results)

| Ölçüm    | Sınıf   | N  | Ortalama | S.S. | Shapiro-Wilks | p  |
|----------|---------|----|----------|------|---------------|----|
| Ön Test  | Kontrol | 44 | 3.38     | .12  | .863          | .0 |
|          | Deney   | 41 | 3.41     | .17  | .880          | .0 |
| Son Test | Kontrol | 44 | 3.65     | .18  | .861          | .0 |
|          | Deney   | 41 | 3.70     | .15  | .876          | .0 |

Tablo 1 incelendiğinde yapılan ölçümlerin normal dağılım göstermedikleri görülmektedir ( $p < .05$ ). [24]'e göre bu durumlarda normal dağılım gerektiren testlerin kullanılmaması gerekir. Bu durumdan dolayı araştırmada Mann-Whitney U testi kullanılmıştır. Kontrol ve deney grubundaki öğretmen adaylarının Van Hiele testinden aldıkları son test düzeylerinin Mann-Whitney U testi aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 3. Kontrol ve Deney Grubundaki Öğrencilerin Van Hiele Testi Son Test Puanlarına İlişkin Mann-Whitney U Testi Sonuçları  
(Table 3. Results of Mann-Whitney U Test Related to Control and Experiment Group Students' Van Hiele Post-Test Scores)

| Grup    | N  | Sıra Ortalaması | Sıra Toplamı | U     | p    |
|---------|----|-----------------|--------------|-------|------|
| Kontrol | 44 | 43.44           | 1911.5       | 882.5 | .858 |
| Deney   | 41 | 42.52           | 1743.5       |       |      |

Teknoloji destekli lineer cebir öğretiminin uygulandığı deney ve geleneksel öğretimin uygulandığı kontrol grubu öğrencilerinin Van Hiele son test puanları arasında anlamlı bir farka rastlanmamıştır ( $U=882.5$ ,  $p > .05$ ).

Bunun yanında öğretmen adaylarına uygulanan teknoloji destekli lineer cebir öğretiminin öğrencilerin Van Hiele düşünme düzeylerine etkisinin olup olmadığını belirlemek için deney grubu öğrencilerinin ön ve son test puanları arasındaki ilişki Wilcoxon İşaretli Sıralar testi ile incelenmiştir. Aşağıdaki tabloda bulgular sunulmuştur.

Tablo 4. Deney Grubundaki Öğrencilerin Van Hiele Testi Ön Test-Son Test Puanlarına İlişkin Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi Sonuçları  
(Table 4. Results of Wilcoxon Signed Rank Test Related to Experiment Group Students' Van Hiele Pre-Test and Post-Test Scores)

| Ön Test-Son Test | N  | Sıra Ortalaması | Sıra Toplamı | Z     | p    |
|------------------|----|-----------------|--------------|-------|------|
| Negatif Sıra     | 11 | 13.55           | 149.00       | -1.26 | .207 |
| Pozitif Sıra     | 17 | 15.12           | 257.00       |       |      |
| Eşit             | 13 | -               | -            |       |      |

\* Negatif sıralar temeline dayalı

Tablo 4 incelendiğinde deney grubunda yer alan ilköğretim matematik öğretmen adaylarının ön test ve son test ölçümleri sonucu, Van Hiele geometrik düşünme düzeylerinde anlamlı bir farka rastlanmamıştır ( $z=-1.26$ ,  $p>.05$ ). Bu sonuca dayanılarak teknoloji destekli lineer cebir öğretiminin ilköğretim matematik öğretmen adaylarının Van Hiele geometrik düşünme düzeylerini etkilemediği söylenebilir.

Diğer taraftan, geleneksel öğretimin ilköğretim matematik öğretmen adaylarının Van Hiele geometrik düşünme düzeylerini etkileyip etkilemediği sorusu akla gelebilir. Bu bağlamda kontrol grubundaki öğrencilerin Van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin değişimini incelemek için kontrol grubu verilerine Wilcoxon İşaretli Sıralar testi uygulanmıştır. Bulgular aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 5. Kontrol Grubundaki Öğrencilerin Van Hiele Testi Ön Test-Son Test Puanlarına İlişkin Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi Sonuçları  
(Table 5. Results of Wilcoxon Signed Rank Test Related to Control Group Students' Van Hiele Pre-Test and Post-Test Scores)

| Ön Test-Son Test | N  | Sıra Ortalaması | Sıra Toplamı | Z     | p    |
|------------------|----|-----------------|--------------|-------|------|
| Negatif Sıra     | 9  | 20.17           | 181.50       | -1.06 | .286 |
| Pozitif Sıra     | 21 | 13.50           | 283.50       |       |      |
| Eşit             | 14 | -               | -            |       |      |

\* Negatif sıralar temeline dayalı

Tablo 5'e göre geleneksel yöntemlerle öğretilen lineer cebir öğretiminin ilköğretim matematik öğretmen adaylarının Van Hiele testi ön test ve son test puanları arasında anlamlı bir fark olmadığı görülmektedir ( $z=-1.06$ ,  $p>.05$ ). Bu bulgu ışığında ise geleneksel lineer cebir öğretimin öğrencilerin Van Hiele geometrik düşünme düzeylerini istatistiksel olarak etkilemediği söylenebilir.

##### 5. SONUÇ VE ÖNERİLER (CONCLUSION AND SUGGESTIONS)

Bu araştırmada teknoloji destekli lineer cebir öğretiminin ilköğretim matematik öğretmen adaylarının Van Hiele geometrik düşünme düzeylerine etkisi incelenmiştir.

Araştırma sonuçlarına göre, teknoloji destekli lineer cebir öğretiminin öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerine etkisinin olmadığı gözlemlenmiştir. Bu duruma gerekçe olarak Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ölçeğinin sorularının yapısı olduğu düşünülmektedir. Teknoloji destekli eğitimin, öğrenme sürecine görsel olarak destek olduğu ve başarıyı arttırdığı bilinmektedir [14, 15 ve 16]. Ölçekteki maddelerin sentetik geometriyle ilgili olması ve teknoloji destekli lineer cebir öğretiminde ise sorularla ilgili hiçbir bağlantı olmaması bakımından öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini etkilemeyeceği düşünülebilir. Fakat bu noktada bir problem daha ortaya çıkmıştır. İlköğretim matematik öğretmen adaylarının geometrik düşünme düzeyleri nasıl gelişmektedir? Deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilerinin ayrı ayrı Van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin değişmediği



görülmüştür. İlköğretim matematik öğretmen adaylarının bu gelişim süreçlerinin önemli olduğu düşünülmektedir. Konu ile ilgili uzun soluklu ve müfredattaki her derse paralel incelemeler yapılabilir. Örneğin, ilköğretim matematik öğretmenliği müfredatının 1. sınıfında yer alan geometri dersi; yada 3. sınıfında yer alan analitik geometri dersleri öğrencilerin Van Hiele geometrik düşünme düzeylerini geliştirmekte midir?

Van Hiele geometri düşünme düzeyleri ölçeğindeki problemlerin elemanter seviyede olması bir eleştiri konusudur. Yetişkinlere uygulama konusunda problemler yaşanabilmektedir. Bu araştırmada Van Hiele testindeki mantıkla ilgili olan soruların çoğunlukla boş ve yanlış olması göze çarpan başka bir durumdur. Bu bağlamda içerisinde üç boyutlu problemlerin olduğu alternatif bir ölçek geliştirilebilir.

Bunun yanında, araştırmada 85 öğretmen adayının Van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin ortalaması 3.40 olarak bulunmuştur. Van Hiele teorisine göre öğretmen adaylarının düşünme düzeylerinin en üst seviyede olması gerekmektedir. Bu noktanın da önemli olduğu düşünülmektedir. Bu konu ile ilgili inceleme ve araştırmalara ilköğretim ve lise dönemlerinde gerekli önem verilmeli ve bu bulgulardan öğretmenler haberdar edilmelidir. Çünkü uygun materyal ve etkinliklerle bu becerinin ilköğretim ve lise seviyesinde geliştirilebildiği bilinmektedir [19], [25], [26], [27].

Ulaşılabilinen alanyazında araştırmaya paralel bir çalışma rastlanmamıştır. Araştırma deneysel olarak yürütülmesine rağmen sonucuna dayanılarak bundan sonra konuya paralel yapılacak çalışmaların örnek olay çalışması olması gerektiği söylenebilir. Araştırmanın 85 kişi üzerinde yürütülmesi, yani kişi sayısının çok fazla olması derinlemesine inceleme yapılmasına engel olmuştur. Daha az sayıdaki örneklerde benzer bir çalışma yürütülebilir.

Matematik eğitimi araştırmalarında asıl önemli olanın sonuç değil süreç esasında öğrencinin nasıl düşündüğüdür. Bu araştırma sonucunda yukarıda belirtilen problemlere cevap aramak için öğrencilerin yakından incelenilmesi gerektiği üzerinde düşünülmesi gereken bir konudur.

#### **NOT (NOTICE)**

Bu makale, ikinci yazarın danışmanlığında, ilk yazar tarafından hazırlanan "Teknoloji Destekli Lineer Cebir Öğretiminin İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Uzamsal Yeteneklerine Etkisi" adlı doktora tez projesinin bir bölümünü oluşturmaktadır.

#### **TEŞEKKÜR (ACKNOWLEDGEMENT)**

Doktora öğrenimi boyunca Tübitak-Bideb tarafından maddi olarak desteklenen ilk yazar, kuruma sonsuz teşekkürlerini sunar.

#### **KAYNAKLAR (REFERENCES)**

1. Aydın, S., (2009). Lineer Cebir Eğitimi Üzerine. İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 10, 93-105.
2. Tall, D.O., (1986). Building and Testing a Cognitive Approach to the Calculus Using Computer Graphics, Doktora Tezi, Mathematics Research Centre, University of Warwick.
3. Dubinsky, E., (1986). Teaching Mathematical Induction I. The Journal of Mathematical Behavior, 5, 305-317.
4. Sierpinska, A., (1987). Humanities Students and Epistemological Obstacles Related to Limits. Educational Studies in Mathematics, 18, 371-387.
5. Wu, H., (2004). Computer Aided Teaching in Linear Algebra. The China Papers, July, 100-102.
6. Dikovic, L., (2007). Interactive Learning and Teaching of Linear

- Algebra by Web Technologies: Some Examples. The Teaching of Mathematics, 10, 109-116.
7. Dorier, J.L., (2002). Teaching Linear Algebra at University. Proceedings of ICM, 3, 875-884.
  8. Aydın, S., (2007). Bazı Özel Öğretim Yöntemlerinin Lineer Cebir Öğrenimine Etkisi. Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi, 6, 214-223.
  9. Harel, G., (2000). Principles of Learning and Teaching of Linear Algebra: Old and New Observations in J.-L. Dorier (Ed.), On the Teaching of Linear Algebra (ss. 177-189). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
  10. Gueudet-Chartier, G., (2004). Should We Teach Linear Algebra through Geometry? Linear Algebra and Its Applications, 379, 491-501.
  11. Sierpiska, A., (2000). On Some Aspects of Students' Thinking in Linear Algebra. In J.L.Dorier (Ed.), On the teaching of linear algebra, 209-246. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
  12. Dogan-Dunlap, H., (2009). Linear Algebra Students' Modes of Reasoning: Geometric Representations. Linear Algebra and Its Applications, Basımda.
  13. Oktaç, A., (2008). Ortaöğretim Düzeyinde Lineer Cebir ile İlgili Kavram Yanılgıları. In M.F. Özmantar, E. Bingölbali, H. Akkoç (Eds.), Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri, Pegem Akademi, Ankara, 2008.
  14. Kirnik, G., (1998). 7. Sınıf Düzeyinde Denklemler Konusunun Öğretiminde Bilgisayar Destekli Öğretim Yöntemi ile Geleneksel Yöntemin Öğrenci Başarılarına Etkileri. Hacettepe Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi.
  15. Işıksal, M. and Aşkar, P., (2005). The Effect of Spreadsheet and Dynamic Geometry Software on Achievement and Self-efficacy of 7th-Grade Students. Educational Research, 47, 333-350.
  16. Öner, A.T., (2009). İlköğretim 7.Sınıf Cebir Öğretiminde Teknoloji Destekli Öğretimin Öğrencilerin Erişi Düzeyine, Tutumlarına ve Kalıcılığa Etkisi. Dokuz Eylül Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi.
  17. Pecuch-Herrero, M., (2000). Strategies and Computer Projects for Teaching Linear Algebra. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 31, 181-186.
  18. Konyalioğlu, A.C., (2009). An Evaluation from Students' Perspective on Visualization Approach Used in Linear Algebra Instructions, World Applied Sciences Journal, 6, 1046-1052.
  19. Cantürk-Günhan, B., (2006). İlköğretim II. Kademe Matematik Dersinde Probleme Dayalı Öğrenimin Uygulanabilirliği Üzerine Bir Araştırma. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Yayınlanmamış Doktora Tezi.
  20. Aydın, S., (2009). The Factors Effecting Linear Algebra. Proedia Social and Behavioral Sciences, 1, 1549-1553.
  21. Aydın, S., (2008). Lineer Cebir Öğretimi: Öğretim Stratejileri ve Bilgisayar Projelerinin Öğrenci Başarısına Etkisi. VIII. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Özetler Kitabı, 237.
  22. Karasar, N., (2000). Bilimsel Araştırma Yöntemi. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.
  23. Duatepe, A., (2000). An Investigation on the Relationship Between Van Hiele geometric level of thinking and Demographic Variables for Pre-Service Elementary School Teachers. Ortadoğu Teknik Üniversitesi Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi.
  24. Büyüköztürk, Ş., (2001). Deneysel Desenler Ön Test-Son Test Kontrol gruplu Desen ve Veri Analizi. Ankara:Anı Yayıncılık.



25. Idris, N., (1998). Spatial Visualization, Field Dependence/Independence, Van Hiele Level, And Achievement in Geometry: The Influence of Selected Activities For Middle School Students. Doktora Tezi, Graduate School of The Ohio State University.
26. Smyser, E.M., (1994). The Effects of The Geometric Supposers: Spatial Ability, Van Hiele Levels and Achievement. Doktora Tezi, The Ohio State University.
27. July, R.A., (2001). Thinking in Three Dimensions: Exploring Students' Geometric Thinking and Spatial Ability with The Geometer's Sketchpad. College of Education, Doktora Tezi, Florida International University.