



ISSN: 1306-3111

e-Journal of New World Sciences Academy
2011, Volume: 6, Number: 1, Article Number: 1A0143

ENGINEERING SCIENCES

Received: October 2010

Accepted: January 2011

Series : 1A

ISSN : 1308-7231

© 2010 www.newwsa.com

Yusuf Sümer

Muharrem Aktaş

Sakarya University
ysumer@sakarya.edu.tr

Sakarya-Turkey

BETONARME KİRİŞLERİN DOĞRUSAL OLMAYAN SONLU ELEMANLAR ANALİZİNDE ÇÖZÜM AĞI SIKLIĞI ETKİSİNİN İNCELENMESİ

ÖZET

Bu çalışmada, betonarme kirişin yük taşıma kapasitesinin nümerik hesabında sonlu eleman çözüm ağının etkisi araştırılmıştır. Literatürden elde edilmiş deneylerle test edilen nümerik modelde, öncelikle uygun malzeme modeli ve davranış modelleri elde edilmiştir. Daha sonra kiriş 2 boyutlu olarak modellenmiş ve doğrusal olmayan sonlu elemanlar yöntemiyle çözümler gerçekleştirilmiştir. Modelleme ve analizin gerçekleştirileceği bilgisayar programı olarak dünyada farklı mühendislik dallarında yaygın şekilde kullanılan ABAQUS yazılımı seçilmiştir. Sonlu eleman uygulamalarında temsil edilen alan beton olduğu takdirde maksimum sonlu eleman boyutu beton karışımındaki en büyük agrega boyutunun iki veya üç katı gibi alınabilmektedir. Fakat çözümü gerçekleştirilecek deney numunesinde beton karışım özellikleri bilinmediği takdirde bu eleman boylarının nasıl belirleneceği bilinen bir durum değildir. Bu amaçla betonarme bir kirişin doğrusal olmayan sonlu elemanlar çözümünde deney sonuçları ile tutarlı yük-yer değiştirme eğrisini veren uygun sonlu elemanlar boyları araştırılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Sonlu Elemanlar Yöntemi, Betonarme Kiriş, Sonlu Eleman Boyu, İki Boyutlu Modelleme, Dağınık Çatlak Modeli

INVESTIGATION OF MESH SIZE EFFECT IN NONLINEAR FINITE ELEMENT ANALYSIS OF REINFORCED CONCRETE BEAMS

ABSTRACT

In this study, finite element mesh size effect on load carrying capacity of the reinforced concrete beams has been investigated. Firstly proper material models and finite element methods are determined for beams which are obtained from experimental studies. Afterwards; beams are modeled with proposed methods in two dimensions and non-linear finite element analysis are executed. RC beams which are subjected four-point loading are analyzed using the commercial finite element program, ABAQUS. It is accepted that two or three times of maximum aggregate size for mesh size gives satisfactory results when modeling concrete beams. Various numerical FE analyses are carried out to investigate the accurate mesh size for verifying RC beam experiment under four point loads.

Keywords: Finite Element Analysis, Reinforced Concrete Beam, Mesh Size, Two Dimensional Modeling, Concrete Smeared Cracking

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Betonarme elemanların yük-yer değiştirme ilişkilerinin elde edilebilmesi için laboratuvar koşullarında gerekli deneylerin yapılması veya bilgisayar ortamında sonlu elemanlar modeli (SEM) oluşturularak analiz yapılması gerekmektedir. Deney yapmak çok zaman alan ve maliyet getiren bir seçenektir. Bundan dolayı deneylerin bilgisayarda SEM ile doğrulanması ve ardından parametrik çalışmaların yapılması gerek zaman gerekse maliyet açısından daha ekonomiktir (Sümer ve Aktaş, 2009).

Sonlu elemanlar yöntemi çeşitli mühendislik problemlerine kabul edilebilir bir yaklaşımla çözüm arayan bir sayısal çözüm yöntemidir. Son 50 yılda hızla gelişen bilgisayar teknolojileri daha hızlı ve çabuk sayısal hesap yöntemlerinin kullanımına imkân sağlamıştır. İlk kullanımı 1950' li yıllara dayanan sayısal çözüm yöntemi daha çok yapı sistemleri için geliştirilmiş olsa da dayandığı esasların genelliği dolayısıyla akışkanlar mekaniği, zemin mekaniği, uçak mühendisliği gibi birçok mühendislik alanında problemlerin çözümünde kullanılmaktadır. Sonlu elemanlar analizi fiziksel bir sistemin matematik olarak ifade edilmesidir. Bu sistem belli parçalara bölünebilen, malzeme özelliklerine sahip ve sınır şartları olan bir sistemdir. Doğrusal olmayan sonlu eleman yöntemi, bilgisayar teknolojilerinin de hızla gelişmesiyle, birçok mühendislik alanında etkin olarak kullanılır hale gelmiştir.

Sonlu elemanlar yöntemiyle kabul edilebilir sonuçlar elde edilmesi malzeme davranışlarının gerçeğe en yakın bir şekilde tanımlanmasıyla mümkün olmaktadır. Malzemenin elastik ötesi davranışını ve yüklemelerinin özelliklerini dikkate alan sayısal yöntemlerle, beton elemanların hesabı, gerçeğe daha yakın yapılabilmektedir.

Sonlu elemanlar yöntemi ile çalışan bilgisayar programları; genellikle elastik, doğrusal olmayan elastik veya plastik modeller yardımıyla statik ve dinamik yükler altında çözümler yapmaktadır (Arslan ve Polat, 2004). Malzemelerin davranışlarının modellenmesi amacıyla pek çok matematiksel bağıntı geliştirilmiştir. Bu modeller; elastik, doğrusal olmayan elastik, elasto-plastik, hasar modelleri, kırılğan çatlak modeli, düzgün yayılı çatlak modeli, hasar plastisite modeli, ve mikro çatlak modelleri olarak sıralanabilir. Betonarme elemanların davranışını doğru tahmin edebilmek için kesin bir malzeme modeli bulunmamaktadır.

Betonarme elemanların kompozit davranışının modellenmesinde, her iki malzeme için (beton ve çelik) uygun gerilme-birim şekil değiştirme bağıntıları ve davranış modelleri seçilmelidir. Bu çalışmada betonarme davranışının modellenmesinde Dağınık Çatlak Modeli (Concrete Smearred Cracking) kullanılmış (Bazant ve Oh, 1983) malzeme modeli ise Hognestad malzeme modeli ile tanımlanmıştır. Betonun doğrusal olmayan davranışının tahmin edilmesinde beton-çelik arasındaki etkileşiminde doğru modellenmesi gereklidir. Bu çalışmada; beton ve çelik arasında aderans gömülü eleman tekniğiyle tanımlanmıştır. Uygun malzeme ve davranış modellerinin elde edilmesiyle deney sonucunu kabul edilebilir doğrulukta elde eden sonlu eleman boyu araştırılmıştır.

2. ÇALIŞMANIN ÖNEMİ (RESEARCH SIGNIFICANCE)

Bu çalışmada öncelikle, literatürde 4 nokta yüklemesi altında deneyleri yapılmış betonarme kirişlerin doğrusal olmayan davranışlarının Dağınık Çatlak Modeli ile iki boyutlu olarak tahmin edilmesi için uygun bir yöntem önerilmiştir. Sonlu eleman uygulamalarında çözüm ağı sıklığı sonuca önemli ölçüde etki eden bir parametredir. Bu sebeple deney sonucuna yakın yük-yerdeğiştirme değerlerinin elde edilmesinde optimum sonlu eleman boyutu sorgulanmış ve önemli sonuçlar elde edilmiştir.

3. SONLU ELEMANLAR MODELLEME AŞAMALARI (FINITE ELEMENT MODELING APPROACH)

Beton basınç dayanımı, çekme dayanımı ve yenilme zarfına ait özelliklerle birlikte donatı için kullanılacak malzeme modelinin tanımlanması eleman davranışı için çok önemlidir. Bu bölümde sonlu elemanlar modelinde kullanılan malzeme modelleri ve modelleme aşamalarından bahsedilecektir.

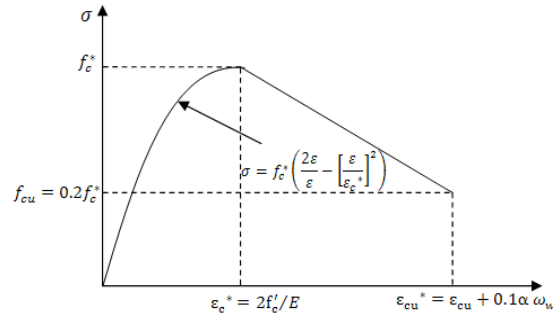
3.1. Beton Basınç Modeli (Uniaxial Compression Behavior of Concrete)

Bu çalışmada nümerik analizlerde beton basınç davranışı Dağınık Çatlak Modeli ile tanımlanmıştır. Bu modele göre çatlak davranışın en önemli özelliğidir ve gerilmelerin yenilme zarfının üzerinde belirlenen sınırlara ulaştığında çatlamanın olduğu kabul edilir. Dağınık Çatlak Modeli yerel çatlakları takip etmez, çatlakların kesite homojen olarak yayıldığını kabul eder.

Nümerik modellemede etriye kullanılmamış bunun yerine etriye etkisini de dikkate alan lineer azalım eğrisine sahip Hognestad beton basınç modelinden faydalanılmıştır. Bu modelde sargı etkisi Avrupa Beton Yönetmeliği (CEB-FIB MC 90)' nde verilen koşullar dikkate alınarak gerçekleştirilmiştir. Modelleme de kullanılan önemli parametreler Tablo 1' de görülmektedir. Burada σ beton basınç gerilmesini, ε ise birim şekil değiştirmeyi göstermektedir. f_c' , beton maksimum basınç gerilmesidir bu değer etriye etkisi dikkate alınarak için f_c^* parametresine dönüştürülmüştür. Aynı şekilde maksimum birim şekil değiştirme de (ε_{cu}) , ε_{cu}^* değerine dönüştürülmüştür (Şekil 1).

Tablo 1. Hognestad beton basınç modeli parametreleri
(Table 1. Parameters of Hognestad uniaxial compression behavior)

Formül	Açıklama
$\sigma = f_c' \left(\frac{2\varepsilon}{\varepsilon_c'} - \left[\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c'} \right]^2 \right)$	α : Etriyelerin sayı, tip ve bağlantı şekline bağlı azaltma katsayısı
$f_c^* = f_c' (1 + 2.5 \alpha \omega_w)$	A_s : Etriye kesit alanı
$\varepsilon_c^* = 2 f_c^* / E$	f_{yd} : Donatı akma gerilmesi
$\varepsilon_{cu}^* = \varepsilon_{cu} + 0.1 \alpha \omega_w$	b : Kiriş genişliği
$\omega_w = \frac{6.83 A_s f_{yd}}{b s f_c'}$	s : Etriye adım aralığı ω_w : Sargı donatısının hacimsel oranı
$f_{cu} = 0.2 \cdot f_c^*$	f_{cu} : Beton kopma gerilmesi

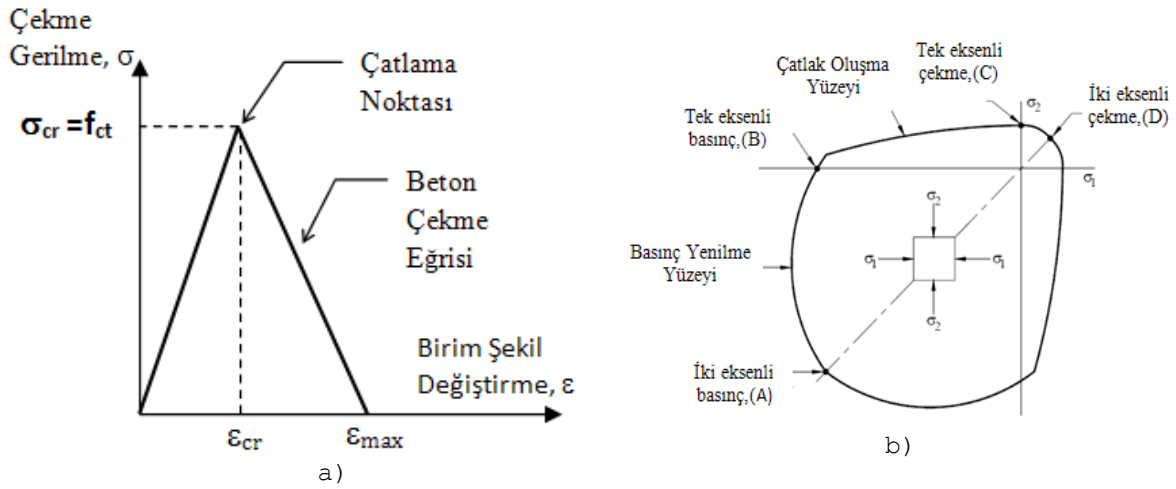


Şekil 1. Hognestad sargılı beton basınç modeli
(Figure 1. Modified Hognestad uniaxial compression behavior)

3.2. Beton Çekme Davranışı Modeli (Uniaxial Tension Behavior of Concrete)

Eksenel yük etkisindeki donatılı beton numuneleri üzerinde yapılan laboratuvar deneylerinde çatlaklar arasındaki beton kesitlerde hala gerilme olduğu ve ard arda gelen 2 çatlak arasında bu gerilmenin maksimuma çıktığı görülmüştür (MAC Gregor, 1997). Bir başka deyişle çatlağının oluşmasından sonra çekme dayanımı hemen sıfır olmaz. Beton çekme gerilmesinin elastikite modülü üzerindeki etkisi çekme rijitliği olarak tanımlanır. Bu davranışın tanımlanmasında literatürde değişik modeller vardır. Bu çalışmada Şekil 2a' da verilen davranış modeli kullanılmıştır.

İki eksenli gerilme altındaki muhtemel gerilme kombinasyonlarında malzemenin elastik sınırlarının belirlendiği yenilme zarfı için Şekil 2b' de verilen model kullanılmıştır. Gerilmeler, çatlak oluşma yüzeyi olarak da adlandırılan bu yenilme zarfının üzerinde belirlenen sınırlara ulaştığında kesitte çatlağın oluştuğu kabul edilir.

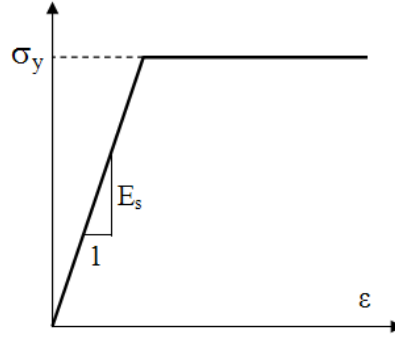


a)
Şekil 2. Beton çekme gerilmesi modeli
(a), düzlem gerilme halinde yenilme yüzeyi
(b) (ABAQUS/Standart User Manual, 2008)
(Figure 2. Uniaxial tension behavior of concrete
(a), failure surfaces in plane stress
(b) (ABAQUS/Standart User Manual, 2008)

3.3. Donatı Malzeme Modeli ve Donatı-Beton Etkileşimi (Stress-Strain Behavior of Rebar and Rebar-Concrete Interaction)

Literatürde yapılmış laboratuvar deneylerinde çelik donatılar için malzeme özelliği olarak genellikle akma gerilmesi verilmektedir. Buna uygun olarak doğrulaması yapılan kiriş deneyinde donatı davranışı Şekil 3' te verilen elastik tam plastik malzeme modeliyle tanımlanmıştır. Çeliğin pekleşmesi ihmal edilmiştir.

Donatılarla beton arasındaki aderans ise gömülü eleman tekniğiyle tanımlanmıştır. Bu yöntemle gömülü elemanların serbestlik derecesi, içerisinde bulunduğu ana elemanın serbestlik dereceleri ile sınırlandırılarak donatı-beton arasında tam bağ sağlanmaktadır.



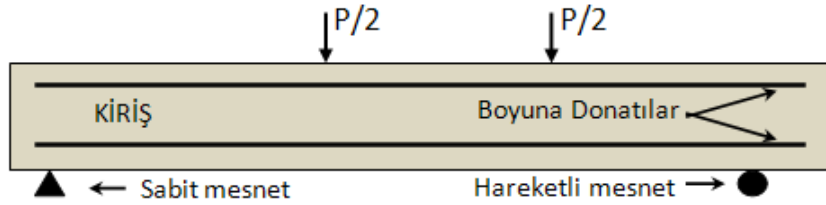
Şekil 3. Çelik malzeme davranışı
(Figure 3. Stress-strain behavior of steel reinforcing bar)

3.4. Sonlu Elemanlar Modeli (Finite Element Model)

Nümerik analizler 2 boyutlu modeller üzerinde gerçekleştirilmiş (Şekil 4) ve modellemede simetri kullanılmamıştır. Modelleme için ABAQUS eleman kütüphanesinden kullanılan elemanlar Tablo 2' de verilmiştir. Yüklemeler deneydeki gibi 4 nokta yüklemesiyle verilmiş statik çözüm yöntemiyle analizler gerçekleştirilmiştir.

Tablo 2. Nümerik analizde kullanılan sonlu eleman türleri
(Table 2. Finite element types for numerical analysis)

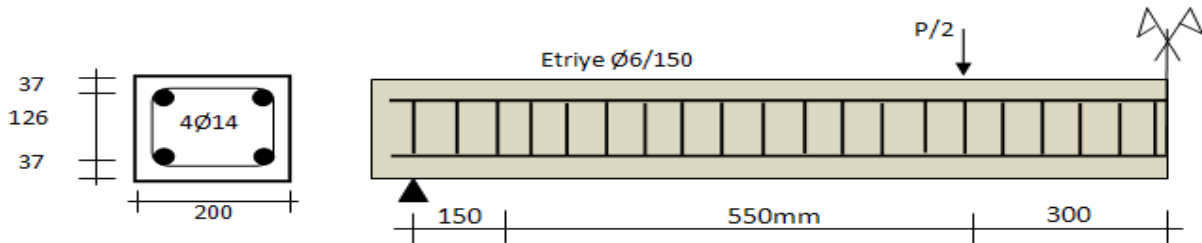
	Eleman	Tanımı
Beton	CPE4R	4 Düğüm Noktalı Dört Kenarlı Düzlem-Şekil Değişirme Elemanı
Donatı	T2D2	2 Düğüm Noktalı Doğrusal Çubuk Eleman



Şekil 4. Tipik 2 boyulu kiriş simülasyon modeli
(Figure 4. Typical 2 dimensional beam simulation model)

3.5. Deney Kirişinin Özellikleri (Properties of Test Beams)

Sonlu elemanlar modelinin doğrulanmasında literatürden elde edilmiş deneysel çalışmadan faydalanılmıştır. Arduini ve arkadaşları (1997) tarafından yapılmış laboratuvar deneylerinde kirişler 20x20cm kare kesitli olarak imal edilmiş ve 4 nokta yüklemesiyle kırılmıştır (Şekil 5). Kirişlerde kullanılan malzeme özellikleri Tablo 3' te görülmektedir.



Şekil 5. Deney kirişleri geometri ve donatı detayları
(Figure 5. Geometri and rebar properties of test beams)

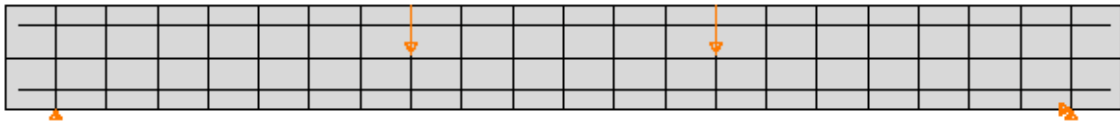
Tablo 3. Deney kirişleri malzeme özellikleri
(Table 3. Material properties of test beams)

Eleman	E (GPa)	ν	f_c' (MPa)	f_y (MPa)	f_t (MPa)
Beton	25	0.2	33	-	2.6
Donatı	200	0.3	-	540	700

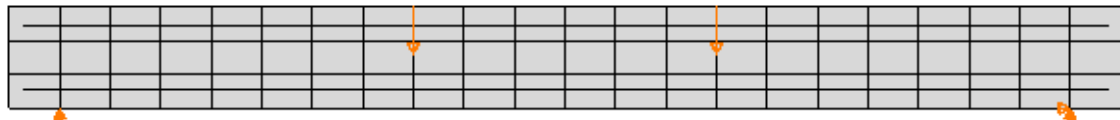
4. SONLU ELEMAN ÇÖZÜM AĞI BOYUTLARININ ETKİSİ (EFFECT OF MESH SIZE IN FINITE ELEMENT ANALYSIS)

Sayısal çözümlerinde genellikle, sonlu eleman boyutu küçüldükçe elemanların yük taşıma kapasitesi ve şekil değiştirmelerinde gerçeğe daha yakın sonuçlar elde edilebileceği düşünülmesine karşın, betonarme söz konusu olduğunda, sonlu elemanların boyutunda bir alt sınır bulunmaktadır. Bu alt sınır korunarak, sonlu eleman boyutundan kaynaklanan problemlerden kaçınılması mümkün olabilmektedir (Arslan ve Polat, 2004). Optimum sonlu eleman boyutu beton karışımındaki en büyük agrega boyutunun iki-üç katı mertebesindedir. Çözüm ağındaki eleman boyu küçüldükçe eleman boyundan büyük oluşacak çatlaklar analizde yakınsama problemine sebep olacaktır.

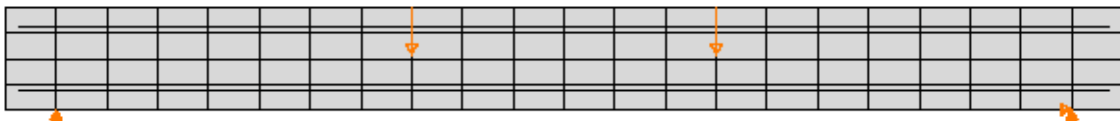
Yukarıda kesit ve malzeme özellikleri verilen kiriş, önerilen malzeme ve davranış modellerinin kullanılmasıyla 2 boyutlu olarak modellenmiştir. Daha sonra deney sonucuna yakın yük-yer değiştirme davranışını verecek çözüm ağı sıklığı araştırılmıştır. Şekil 6a-b' de bu amaçla oluşturulan çözüm ağları görülmektedir. Kirişin sonlu eleman boyutları kiriş uzunluğu ve yüksekliği boyunca değiştirilerek farklı çözüm ağları elde edilmiştir. Kiriş yüksekliği boyunca 2, 3, 4, 5 parçaya bölünürken, uzunluğu boyunca ise 22, 28 ve 57 parçaya bölünerek parametrik çalışma gerçekleştirilmiştir. Burada sonlu eleman en/boy (e/b) oranları 1, 1.5, 1.6 ve 2 olarak değişmektedir.



Grup 1: Çözüm ağı-2x22 eleman, (e/b=1)

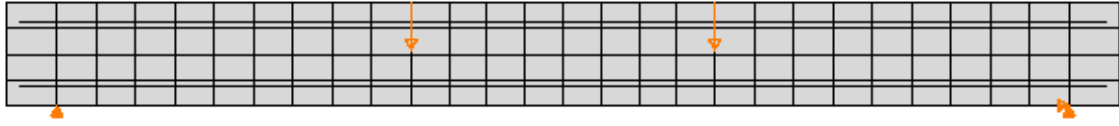


Grup 2: Çözüm ağı-3x22 eleman, (e/b=1.5)

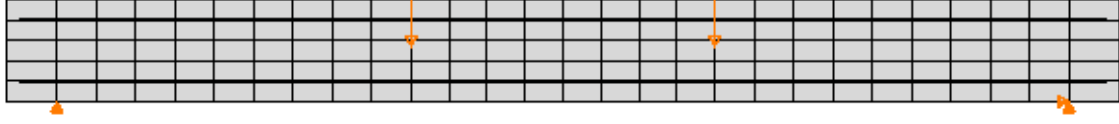


Grup 3: Çözüm ağı-4x22 eleman, (e/b=2)

Şekil 6a. Nümerik analiz kirişi çözüm ağları
(Figure 6a. Different mesh configurations of test beams)



Grup 4: Çözüm ağı-4x28 eleman, (e/b=1.6)



Grup 5: Çözüm ağı-5x28 eleman, (e/b=2)



Grup 6: Çözüm ağı-5x57 eleman, (e/b=1)

Şekil 6b. Nümerik analiz kirişi çözüm ağları (devam)

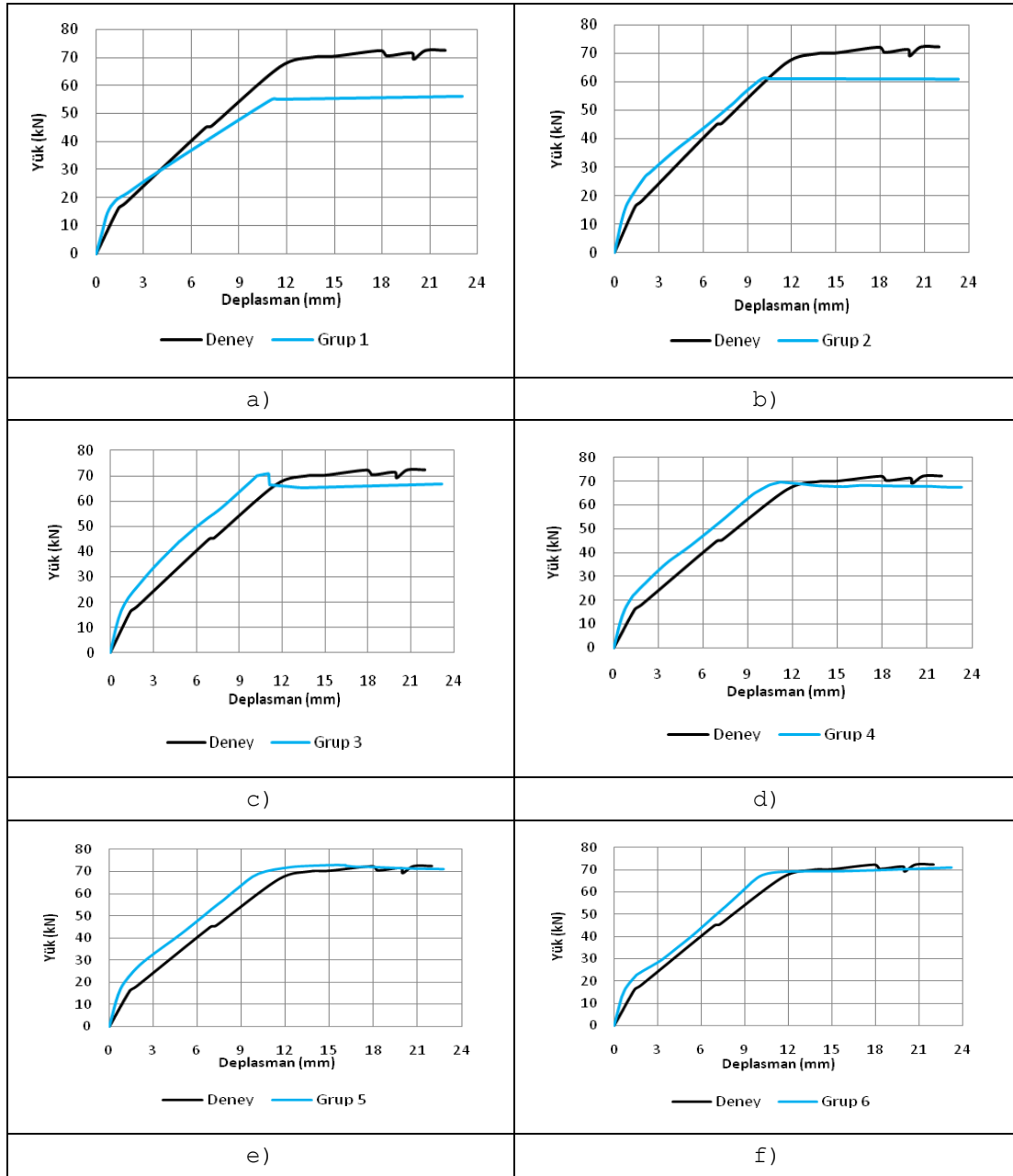
(Figure 6b. Different mesh configurations of test beams (continue))

Uygulanan çözüm ağları ile elde edilen toplam yük-yer değiştirme eğrileri, deney sonucuyla karşılaştırılmıştır (Şekil 7). Kiriş yüksekliği boyunca sonlu eleman boyutundaki azalmanın maksimum yük kapasitesine ulaşılması bakımından önemli etkisinin olduğu görülmektedir. Ancak eleman boyundaki bu azalmanın kirişin elastik yük taşıma sınırını etkilemediği anlaşılmaktadır. Kiriş uzunluğu boyunca ise sonlu eleman sayısındaki artışın maksimum yükten sonraki davranışı etkilediği görülmektedir. Kiriş uzunluğu boyunca boyutların 100 mm (Grup 1-2-3) seçilmesi durumu ile 80 mm (Grup 4-5) seçilmesi durumunda, kirişin sonlu eleman çözümlemesinde maksimum yük sonrası davranışın önemli ölçüde değiştiği belirlenmiştir. Şekil 7f' de söz konusu kirişte, kiriş uzunluğu boyunca sonlu eleman boyutununun 40 mm (Grup 6) seçilmesi durumunda deney sonuçları ile daha iyi örtüşen toplam yük-yer değiştirme eğrisi elde edilebilmiştir. Bu durumda eleman e/b oranının da 1 olduğu dikkati çekmektedir. Tablo 4' te farklı çözüm ağları ile elde edilen çözümlerde kiriş akma yükleri deney sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır.

Tablo 4. Deney-SEM akma yükü karşılaştırılması

(Table 4. Comparison between experimental and FE models at yield load)

Grup No	Kiriş Sonlu Eleman Sayıları	SEM Akma Yüğü (kN)	Deney Akma Yüğü (kN)	DENEY/SEM	SEM Akma Deplasmanı (mm)	Deney Akma Deplasmanı (mm)	DENEY/SEM
Grup 1	2x22	55.03	68.28	1.24	11.05	12.61	1.14
Grup 2	3x22	61.21	68.28	1.12	9.98	12.61	1.26
Grup 3	4x22	70.37	68.28	0.97	10.53	12.61	1.20
Grup 4	4x28	69.53	68.28	0.98	11.02	12.61	1.14
Grup 5	5x28	71.85	68.28	0.95	12.38	12.61	1.02
Grup 6	5x57	68.98	68.28	0.99	12.79	12.61	0.99



Şekil 7. Farklı çözüm ağları ile elde edilen yük-orta nokta yerdeğiştirme grafikleri

(Figure 7. Load versus midspan deflections for different mesh configurations)

5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER (CONCLUSIONS AND RECOMMENDATIONS)

Farklı çözüm ağları ile elde edilen nümerik yük-yer değiştirme eğrileri ile deney sonuçları karşılaştırıldığında; kiriş yüksekliğince sonlu eleman boyutu değişiminin kapasite artışına veya azalışına belirgin bir etkisi olduğu görülmektedir. Yine, kiriş uzunluğu boyunca sonlu eleman boyutu artışının maksimum yük sonrası davranışa etkisi olduğu tespit edilmiştir. Sonlu eleman e/b oranının 1 olduğu, 40 mm' lik çözüm ağıyla elde edilen yük-yer değiştirme eğrisi deney sonucuyla yeter derecede örtüşmektedir. Bu değer beton karışımında olabilecek, Avrupa Beton Yönetmeliği' nde de (CEB-FIB MC90) verilmiş olan maksimum 32 mm' lik agrega dane çapından büyük olduğu görülmektedir. Dolayısıyla muhtemel maksimum

agrega boyutundan büyük bu sonlu eleman çözüm ağının iyi sonuç vermesi de anlamlıdır.

Doğrusal olmayan sonlu eleman sayısal çözümlenmeleri ile yük- taşıma kapasitesi tahmininde sonlu eleman boyutunun etkili bir faktör olduğu elde edilen sonuçlardan anlaşılmaktadır. Ayrıca Dağınık Çatlak Modeli' yle yapılacak analizlerde eleman boylarının kareye yakın seçilmesinin daha uygun olacağı bu çalışmayla önerilmektedir.

NOT (NOTICE)

Bu çalışma, 14-16 Ekim 2010 tarihinde Dicle Üniversitesinde tamamlanan Bilimde Modern Yöntemler Sempozyumunda (BUMAT2010) sözlü sunumu yapılmış ve NWSA yazım esaslarına göre yeniden düzenlenmiştir.

KAYNAKLAR (REFERENCES)

1. Sümer, Y. ve Aktaş, M., (2009). "Betonarme kirişlerin doğrusal olmayan sonlu elemanlar analizi", Sakarya Uluslararası Deprem Sempozyumu.
2. Arslan, G. ve Polat, Z., (2004). "Yüksek mukavemetli betonarme kirişlerin uygun sonlu eleman boyutları", İTÜ Dergisi, cilt:3, sayı:1 syf: 22-28.
3. Bazant, Z.P. and Oh, B.H., (1983). "Crack band theory for fracture of concrete", Materials and Structures, pp.155-157.
4. Hognestad, E., (1951). "A study of combined bending and axial load in reinforced concrete members", University of Illinois Engineering Exp. Sta. Bull. No. 399, Nov.
5. CEB-FIP MC90, (1993). Comite Euro-International du Beton, CEB-FIP Model Code 1990, Bulletin D'Information No: 215, Lausanne, 1993.
6. Mac Gregor, J.G., (1997). "Reinforced concrete: mechanics and design", 3rd Ed., Vol: 13. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
7. ABAQUS/Standart User's Manual, Version 6.9. Hibbitt, Karlson & Sorensen, Inc. Pawtucket, RI, (2008).
8. Arduini, M., Tommaso, DI. A., and Nanni, A. (1997). "A Brittle failure in FRP plate and sheet bonded beams", ACI Structural Journal, Vol: 94, no: 4, pg: 363-370.