



ISSN:1306-3111

e-Journal of New World Sciences Academy  
2011, Volume: 6, Number: 1, Article Number: 1A0144

**ENGINEERING SCIENCES**

Received: October 2010

Accepted: January 2011

Series : 1A

ISSN : 1308-7231

© 2010 [www.newwsa.com](http://www.newwsa.com)

**Zeynep Dere Yaman**

**Muharrem Aktaş**

**Muzaffer Elmas**

Sakarya University

[zdyaman@sakarya.edu.tr](mailto:zdyaman@sakarya.edu.tr)

Sakarya-Turkey

**ZAYIF EKSENDE EĞİLEN U KESİTLİ KİRİŞLERİN SONLU ELEMAN MODELLEMESİNDE ÇÖZÜM  
AĞI SIKLIĞI ETKİSİNİN İNCELENMESİ**

**ÖZET**

Bu çalışmada, zayıf eksende eğilme davranışı sergileyen U kesitli kirişlerin eğilme davranışının sonlu eleman modeli oluşturulmuş ve çelik U kesitli kirişin yük taşıma kapasitesinin nümerik hesabında sonlu eleman çözüm ağının etkisi araştırılmıştır. Literatürden U kesitli kirişlerle ilgili yapılmış zayıf eksende eğilme deney sonuçlarına ulaşılmıştır. Elde edilen deney verileri, bu çalışmada oluşturulan sonlu eleman modellerinin doğrulanmalarında kullanılmıştır. Bu nedenle çalışmamızda öncelikle bu deneysel çalışma hakkında bilgi verilmiştir. Sonrasında sonlu eleman modelleme aşamaları anlatılmış ve bu çalışmanın ana konusu ve modellemenin son aşaması olan çözüm ağı yoğunluğu üzerinde durulmuştur. Çözüm ağı yoğunluğunun, sonlu eleman modelinde gerçek deney sonuçlarına ulaşmada ne kadar etkin olduğu vurgulanmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Sonlu Elemanlarla Modelleme, U Kesitli Kirişler, Çözüm Ağı Yoğunluğu

**INVESTIGATION OF MESH SIZE EFFECT IN FINITE ELEMENT ANALYSIS OF MINOR AXIS  
BENDING U SECTION BEAMS**

**ABSTRACT**

In this study, A finite element model has been proposed for U section beams which represents minor axis bending. After than mesh size effect on load carrying capacity of steel U section beams has been investigated. The first part of this study based on to verify the experimental study which obtained from literature. Material models and stages of modelling explained respectively. Mesh density, the finite element model results in the real test is how effectively it has been emphasized in reaching.

**Keywords:** Finite Element Modeling, U Section Beams, Mesh Density, ABAQUS

## 1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Yapı elemanlarının davranışlarını incelerken deneysel metotlar en doğru yaklaşım yöntemidir. Ancak deney parametrelerinin artması ile yapılması gereken deney sayılarının artacak olması hem ekonomik açıdan hem de çok zaman alması açısından sakıncalar doğurmaktadır. Bu sorun doğrusal olmayan analiz yapabilen sonlu eleman programları kullanılarak giderilebilir. Ancak bu programlarda üretilen modeller deneysel bir veri ile doğrulandıktan sonra gerek statik gerekse dinamik yükler altında parametrik çalışmalarda kullanılmalıdır.

Deney yapmanın ekonomik olmaması ve çok zaman alan bir çalışma olmasından dolayı, bu çalışmada dünyanın çeşitli üniversitelerinde yapılmış deney raporları literatürden elde edilerek, doğrusal olmayan analiz yapma kapasitesine sahip ve akademik dünyada çok geniş ve etkin bir kullanım yeri olan ABAQUS sonlu eleman programı yardımıyla, deney numunesi simüle edilmiştir. Bu aşamada, sonlu elemanlar programının eleman kütüphanesinden uygun eleman seçimi, malzeme davranışları için uygun malzeme modelleri seçimi, üç boyutlu analizde gerekli tüm sınır koşulları ve deney numunelerindeki geometrik süreksizlikler göz önüne alınarak deney ortamı birebir modellenmiştir. Modellemede hem malzeme hem de geometrik non-linearite göz önünde bulundurulmuş ve yapılan sonlu eleman analiz sonuçları ile deney sonuçları yük deplasman grafikleri kabul edilebilir yakınlıkta elde edinceye kadar modelleme geliştirilmiştir.

## 2. ÇALIŞMANIN ÖNEMİ (RESEARCH SIGNIFICANCE)

Bu çalışmada literatürden elde edilen yapılmış deney raporları kullanılarak, doğrusal olmayan analiz yapma kapasitesine sahip ve etkin bir kullanım yeri olan ABAQUS sonlu eleman programı yardımıyla, deney numunesi simüle edilmiştir. Bu aşamada, sonlu elemanlar programının eleman kütüphanesinden uygun eleman seçimi, malzeme davranışları için uygun malzeme modelleri seçimi, üç boyutlu analizde gerekli tüm sınır koşulları ve deney numunelerindeki geometrik süreksizlikler göz önüne alınarak deney ortamı birebir modellenmiştir. Modellemede hem malzeme hem de geometrik non-linearite göz önünde bulundurulmuş ve bu sayede sonlu elemanlarla modellemede nelere dikkat edilmesi gerektiği konusunda çalışmayı inceleyecek olan kişiler bilgilendirilmiştir. Yapılan sonlu eleman analiz sonuçları ile deney sonuçları yük deplasman grafikleri kabul edilebilir yakınlıkta elde edinceye kadar modelleme geliştirilmiştir. Böylece sonlu elemanlarla modellemede, çözüm ağı sıklığının; modelin gerçekçi davranış sergilemesinde ne kadar önemli olduğu görülmüştür.

## 3. LİTERATÜRDEN ELDE EDİLEN DENEY (FROM THE LITERATURE EXPERIENCE)

Bu çalışmada zayıf eksende eğilmeye maruz U kesitli kirişlerin deneysel çalışmaları sonlu eleman ortamına tanıtılmıştır. Literatürde Godley, Enjily ve Beale [1] tarafından 2001 yılında yapılmış olan ve U kesitli soğukta işlem görmüş ve 4 nokta yüklemeli deney gurubuna ait sonuçlara ulaşılmıştır. Bu deney verileri bu çalışmada oluşturulacak olan sonlu eleman modellerinin doğrulanmalarında kullanılmıştır.

### 3.1. Malzeme Özellikleri (Material Properties)

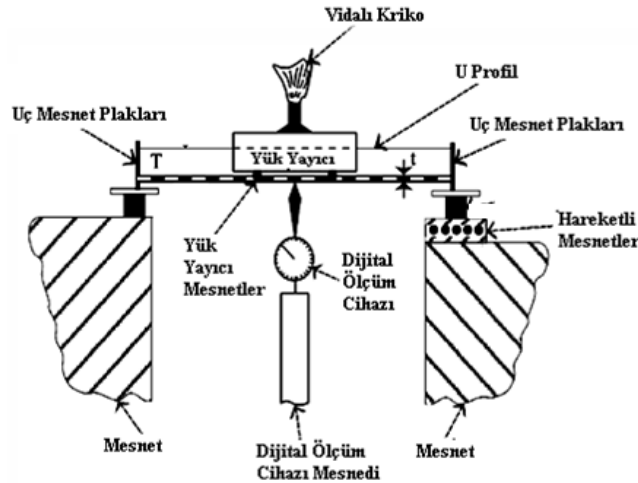
Deney elemanları soğukta işlenmiş iki farklı çelik sınıfı 1.6 mm kalınlığındaki çelik plaklardan imal edilmiştir. Deney elemanının uçları, kare şeklinde plakların kiriş gövde uçlarına kaynaklanmasıyla koruma altına alınmıştır. Deney elemanına ait tüm özellikler Tablo 1.'de özetlenmiştir. Malzemelerin sadece akma gerilmesi ve elastik modelleri raporlanmıştır. Deney raporlarında pekleşme bölgesi için bilgilere rastlanmamıştır.

Tablo 1. Zayıf eksende eğilme deneyi numune özellikleri  
(Table 1. Weak axis bending test specimen properties)

	Numune Kodu	Kesit Ebatları (DxBxt) (mm)	$\sigma_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	E (N/mm <sup>2</sup> )	P <sub>deney</sub> (kN)	P <sub>plastik</sub> (kN)	P <sub>deney</sub> /P <sub>plastik</sub>	L <sub>kiriş</sub> (mm)	b/t
DENEY	U12	75X32X1.6	232.5	198700	4.24	4.850	0.874	500	18

### 3.2. Deney Düzenegi (Experimental Setup)

Deney numuneleri dört noktadan yüklenerek eğilme deneyine tabi tutulmuşlardır. Kiriş uçları kare plaklar ile emniyet altına alınarak, basit mesnetli kiriş olarak düzenlenmişlerdir. Deney düzenegi Şekil 1.'de gösterildiği gibidir.



Şekil 1. Zayıf eksende eğilme deney düzenegi [1]  
(Figure 1. Weak axis bending test setup [1])

Yük, vidalı bir kriko vasıtasıyla uygulanmış ve yük dağıtıcı bir parça tarafından bu yükleme birbirinden belirli bir mesafede olan yuvarlak rijit çubuklar vasıtasıyla başlıkta bir çizgi üzerine yayılı yük olarak uygulanmıştır. Her bir yükleme bölgesine ve mesnet noktalarına yük naklediciler konulmuştur. 500 mm uzunluğundaki kirişte yükleme noktaları arası mesafe 200 mm olarak ayarlanmıştır. Her bir kirişin orta noktasındaki deplasman dijital ölçüm cihazıyla ölçülmüştür.

Deney sonuçları Tablo 1'de verilmiştir. Tabloda deneye tabi tutulan kiriş elemanı boyunca belirlenen bir kesit için okunan deneysel göçme yükü, o kesit için hesaplanan plastik göçme yükü ile karşılaştırılmıştır. Tabloda ayrıca deney kirişlerinin başlıkları için genişlik/kalınlık (b/t) oranları da verilmiştir.

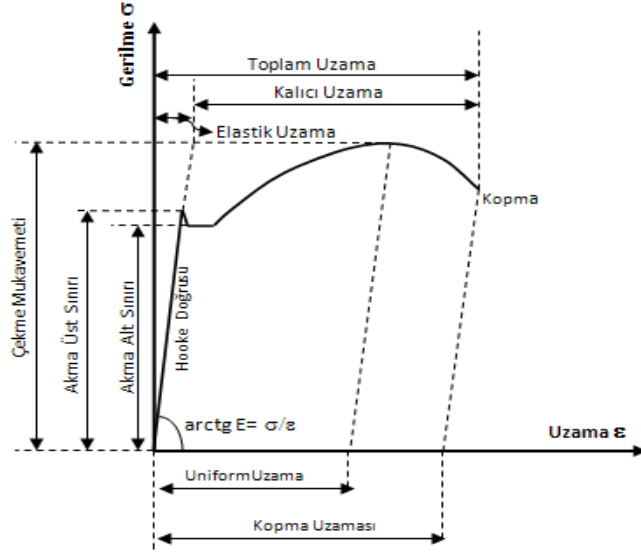
### 4. SONLU ELEMAN MODELLEMESİ (FINITE ELEMENT MODELLING)

Başarılı bir sonlu eleman modellemesi için malzemenin mekanik özelliklerinin, kırılma hipotezlerinin, sistem geometrisinin, sınır koşullarının, çözüm ağı yoğunluğunun, kullanılacak sonlu elemanın ve çözüm metodlarının en doğru sonucu verecek şekilde seçilmesi gerekmektedir. Bu bölümde bu aşamalar hakkında bilgi verilecektir.

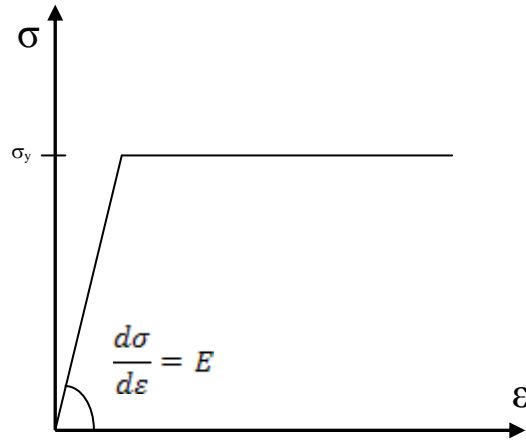
#### 4.1. Malzeme Modeli (Material Model)

Çelik yapılarda kullanılan yapısal çeliklerin statik yükler ve çekme kuvvetleri altındaki dayanımını tanımlamak için malzemenin akma sınırı, çekme mukavemeti gibi özelliklerinden yararlanılır. Gerçekte yapısal çelikler için gerilme-şekil değiştirme arasındaki ilişkiyi gösteren diyagram Şekil 2'de görüldüğü gibidir. Gerçekleştirilmesi yapılacak olan deney setinde, malzemeye ait mekanik özelliklerden sadece akma gerilmesi ve

elastik modülün değerleri verildiği için bu bilgilerden yola çıkarak malzemenin ideal elasto-plastik şekilde modellenmesine karar verilmiştir (Bkz. Şekil 3).



Şekil 2. Çeliğin gerilme şekil değiştirme eğrisi  
(Figure 2. Steel stress strain curve)



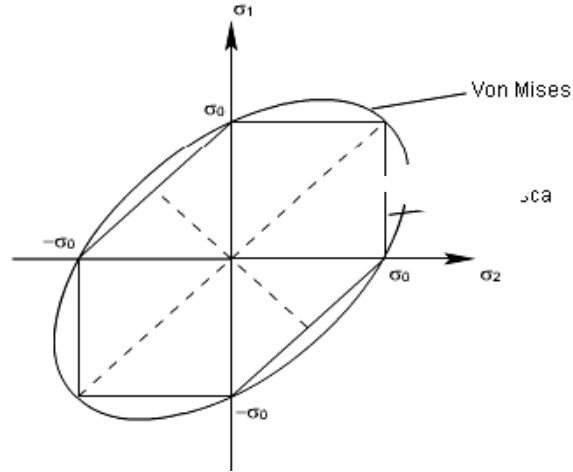
Şekil 3. İdeal elasto-plastik malzemede σ-ε diyagramı  
(Figure 3. Ideal elasto-plastic material σ-ε diagram)

#### 4.2. Kırılma Kriteri (Failure Criteria)

Bu çalışmada Von-Mises kırılma kriteri tercih edilmiştir. Bu kriter gere, hidrostatik basınç malzemenin plastik akmasına sebep olamaz. Yalnızca, distorsiyon enerjisi malzemeyi elastik durumdan plastik duruma geçirmede etkili olur. Elastik distorsiyon enerjisi kritik bir değere erişirse plastik akma başlar. Düzlem şekil değiştirme için;

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2 = \sigma_a^2 \quad (1)$$

olur. Bu denklem bir elips gösterir.



Şekil 4. Von-mises akma yüzeyi  
(Figure 4. Von-mises yield surface)

#### 4.3. Sınır Koşulları (Boundary Conditions)

Mevcut deney düzeneğindeki yükleme tarzında, yük vericiden gelen yükler yük yayıcı çubuklar aracılığı ile kiriş gövdesine aktarıldığı için uygun yükleme modelinin üniform yayılı yüküdür. Ayrıca kiriş uçlarına gövdeye kaynaklı levhalar yerleştirildiği için bu sınır koşulunun en uygun gövdeden mesnetli basit kiriş olarak sonlu eleman modeline tanıtılmasının uygundur.

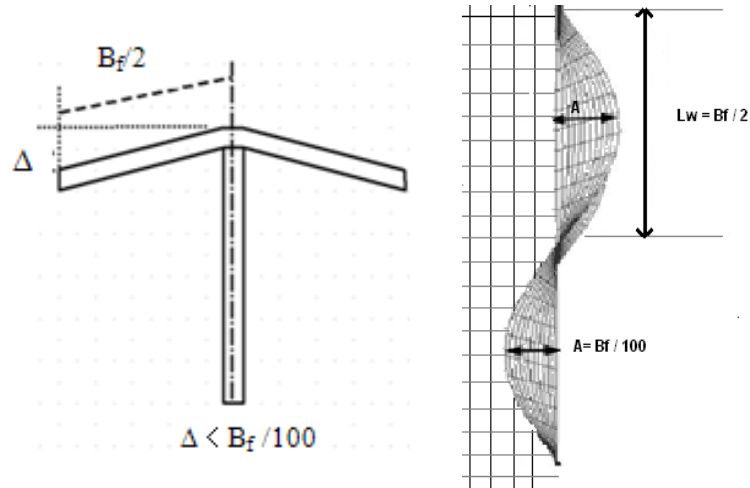
#### 4.4. Geometrik Kusur (Geometric Imperfection)

İnce cidarlı geometrilerinden dolayı çelik profiller yerel ve global burkulmaya açık yapı elemanlarıdır. Özellikle yerel burkulmaların etkilerinin izlenebilmesi için doğrusal olmayan geometrik analiz yapılmalıdır. Bundan dolayı, sonlu eleman modellerine gerçekteki gibi burkulmasına yardımcı olmak amacıyla başlangıçta ilkel kusurlar eklenmelidir. Aslında bu ilkel kusurların eklenmesi gerçekte hiçbir elemanın kusursuz olmadığı gerçeği ile de örtüşmektedir.

Bu çalışmada kusur sinüs dalgası formülasyonu ile idealize edilmiştir. Bunun için yapı elemanının serbest uçlarına;

$$y = a \sin\left(\frac{\pi x}{L_w}\right) \quad (2)$$

formuna sahip geometri verilmesi gerekmektedir. Bu yöntemde; sonlu eleman düğümlerinin koordinatları yukarıda verilen denklemle hesaplanır[3]. Formülde  $a$  dalğanın genliğini,  $L_w$  ise dalga boyunu ifade etmektedir. Genlik için Amerika Kaynak Birliğinin (AWS D1.1:2000) verdiği maksimum kusur değeri kullanılmıştır. Bu değer dalğanın genliği için  $B_f/100$  ile sınırlandırılmıştır. Plak teorisine göre plaklar burkulurken serbest kenarlardan kısa olan kenarın uzunluğuna sahip dalga boyu ile burkulurlar. Buradan yola çıkarak dalga boyu  $B_f/2$  ile sınırlandırılmıştır (Bkz. Şekil 5).



Şekil 5. Eğilme, flanş eğriliği ve dalga boyunun büyüklüğü  
(Figure 5. Bending, curvature and wavelength flange size)

#### 4.5. S4R Sonlu Eleman Modeli (S4R Element)

Bu çalışmada incelenen profil enkesitlerinin eğilme davranışı incelendiği için sonlu eleman olarak S4R kabuk eleman seçilmiştir. Eleman 4 düğüm noktalı bir kabuk elemandır ve her bir düğüm noktasında üç doğrultuda yer değiştirme ve dönme yeteneğine sahip, azaltılmış integrasyon metodunu kullanan bir elemandır. Bu tür elemanlar çözüm ağı yoğun modellerde hesapların daha çabuk ve daha doğru olarak yapılmasını sağlamaktadır. Çünkü sayısal yöntemlerle yapılan integrasyon işleminde biriken hatalar daha da aza indirgenmiş olur.

#### 4.6. Çözüm Ağı Yoğunluğu (Mesh Density)

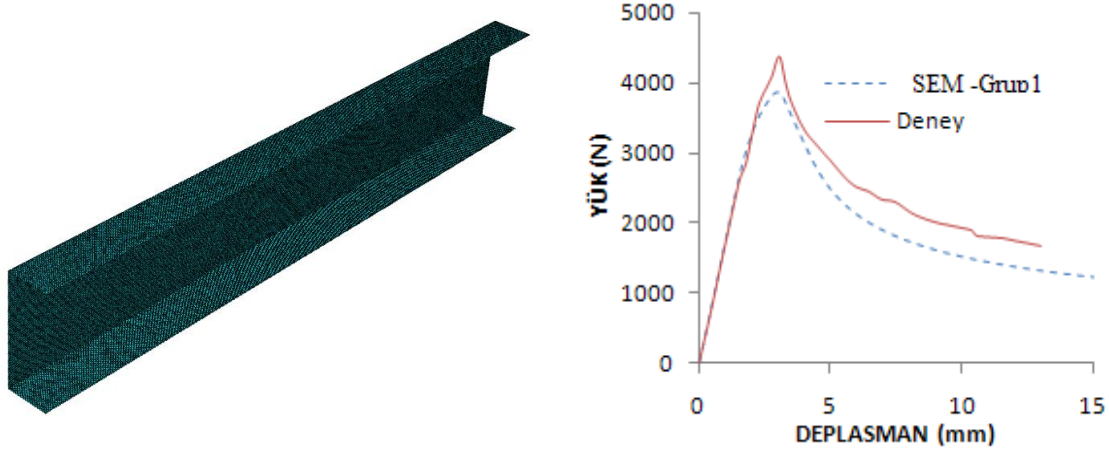
Sonlu elemanlar metodununun temeli, yapıyı veya çözüm bölgesini alt bölümlere yani sonlu elemanlara ayırmaktır. Bu çalışmada kullanılacak eleman sayısı yoğunluğunun sonuçlar üzerinde nasıl etkileri olacağı konusu üzerinde durulmuştur.

Literatürden elde edilen deney sonlu eleman ortamına tanıtıldıktan sonra çözümün gerçekleştirilmesi için gerekli olan sonlu eleman parçalarına bölünmüştür. Sonlu eleman parça sayısının yoğunluğunun deney sonuçlarının doğrulanması üzerine etkileri araştırılmıştır. Bu nedenle U12 deney elemanı için farklı yoğunlukta çözüm ağı oluşturulmuş (Bkz Tablo 2) ve çözüm yapılmıştır.

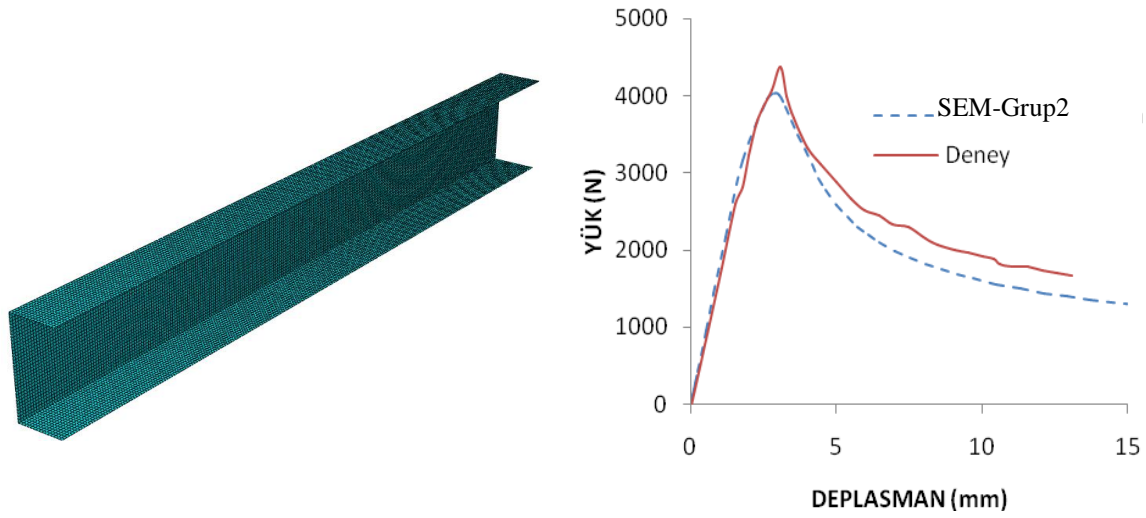
Tablo 2. Zayıf eksende eğilme deneyi numune özellikleri  
(Table 2. Specimen properties of weak axis bending test)

	Sonlu Eleman Parça Sayısı	Sonlu Eleman Parça Büyüklüğü	Sonlu Eleman En/Boy Oranları
Grup 1	67500	≈1 mm-Kare Eleman	≈1
Grup 2	16250	≈2 mm-Kare Eleman	≈1
Grup 3	7216	≈3 mm-Kare Eleman	≈1
Grup 4	2700	≈5 mm-Kare Eleman	≈1
Grup 5	1804	≈6 mm-Kare Eleman	≈1
Grup 6	650	≈10 mm-Kare Eleman	≈1
Grup 7	288	≈15 mm-Kare Eleman	≈1
Grup 8	192	≈20mm-Kare Eleman	≈1
Grup 9	64	≈30mm-Kare Eleman	≈1
Grup 10	56	≈35mm-Kare Eleman	≈1
Grup 11	48	Dikdörtgen Eleman	≈0.20-0.30

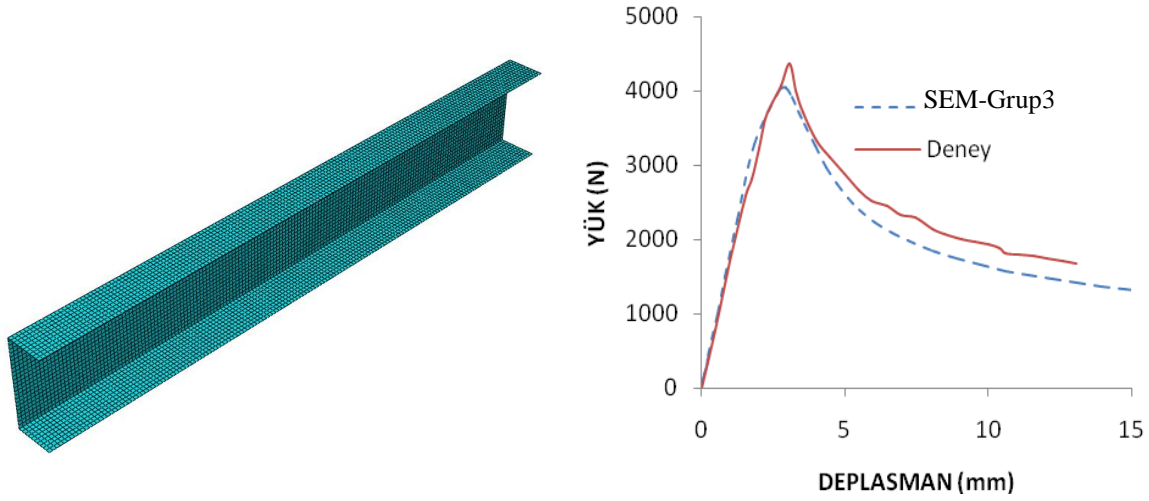
Yukarıdaki tabloda gösterilen farklı yoğunlukta çözüm ağında farklı büyüklüklerde kabuk eleman kullanılmıştır. Tüm modellerde sonlu elemanların her birinin kenar uzunluklarındaki oran yaklaşık 1 dir. Farklı yoğunlukta çözüm ağı ile yapılan çözümler için elde edilen yük deplasman grafikleri deney sonuçları ile karşılaştırılmış ve çözüm ağı yoğunluğunun gerçek deney sonuçlarına ulaşmada ne kadar etkin olduğu gözlemlenmiştir (Bkz Şekil 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16).



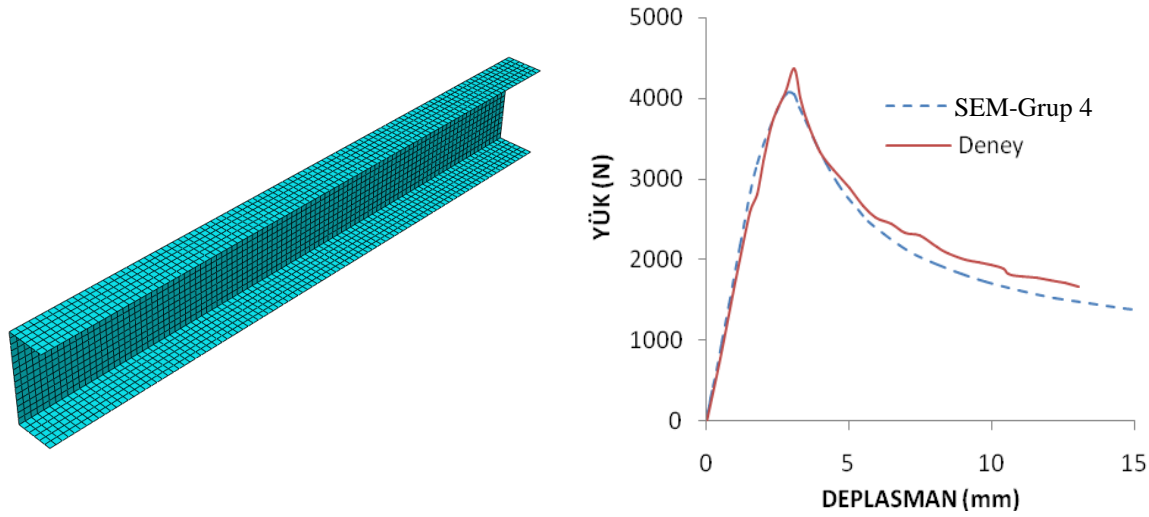
Şekil 6. Grup1 çözüm ağı yoğunluğu, yük-deplasman grafiği  
(Figure 6. Grup1-mesh density, load-displacement graph)



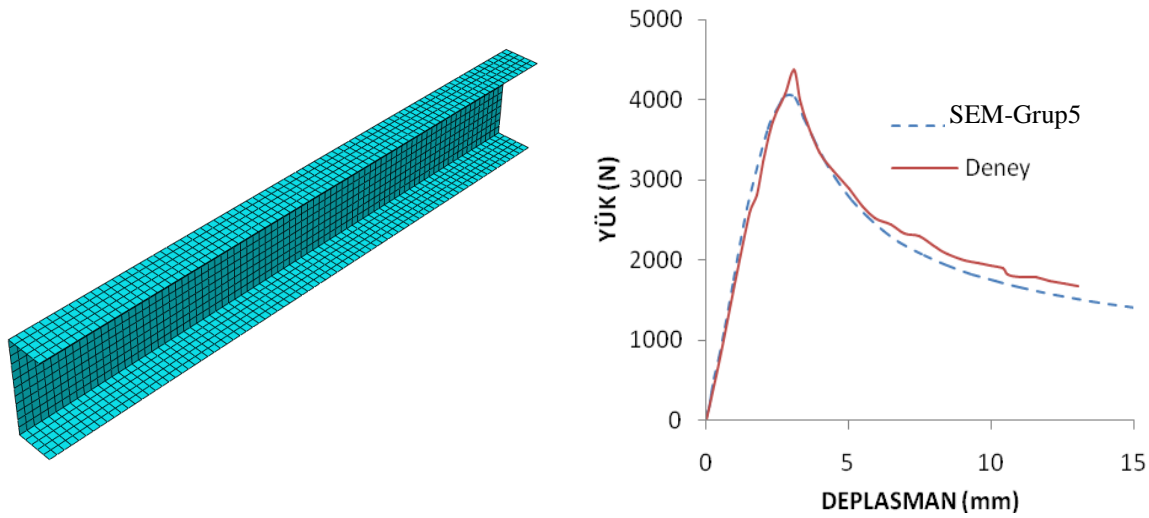
Şekil 7. Grup2 çözüm ağı yoğunluğu, yük-deplasman grafiği  
(Figure 7. Grup2-mesh density, load-displacement graph)



Şekil 8. Grup3 çözüm ağı yoğunluğu, yük-deplasman grafiği  
(Figure 8. Grup3-mesh density, load-displacement graph)

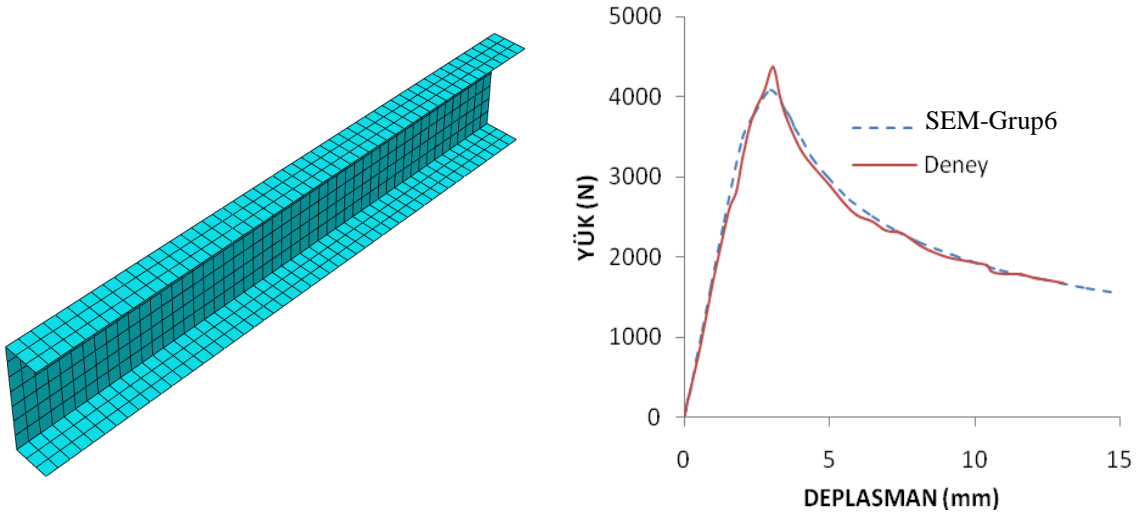


Şekil 9. Grup4 çözüm ağı yoğunluğu, yük-deplasman grafiği  
(Figure 9. Grup4-mesh density, load-displacement graph)

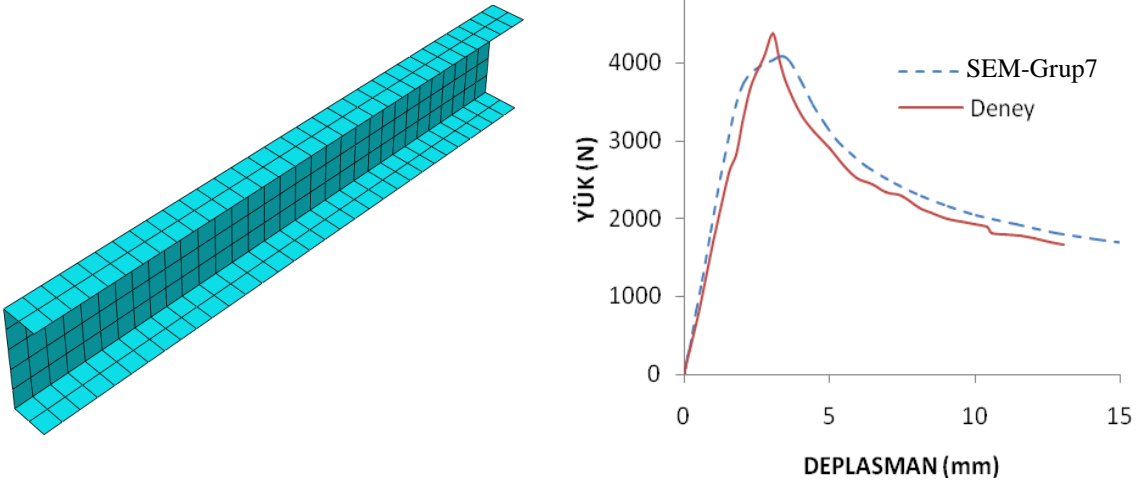


Şekil 10. Grup5 çözüm ağı yoğunluğu, yük-deplasman grafiği  
(Figure 10. Grup5-mesh density, load-displacement graph)

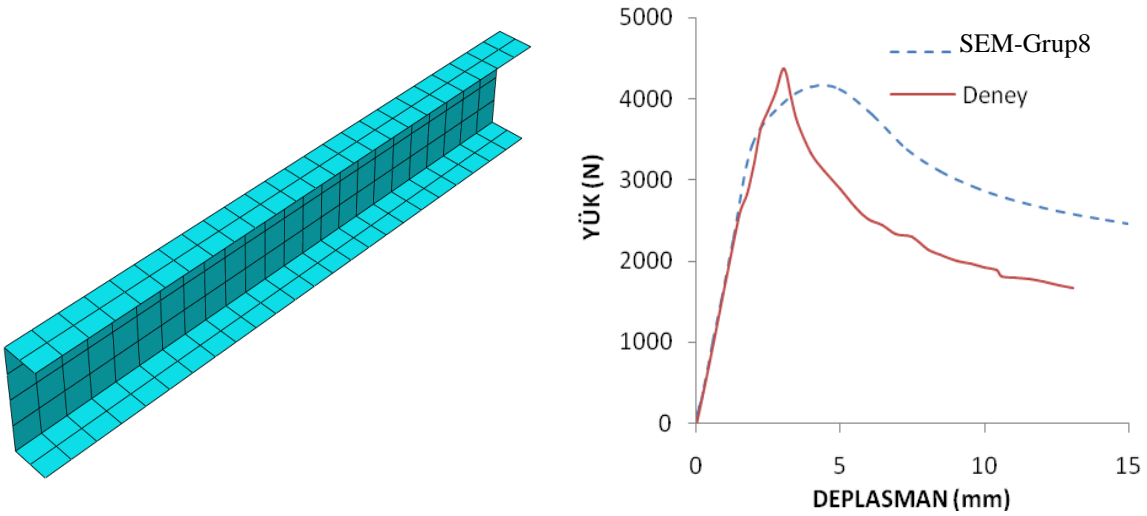




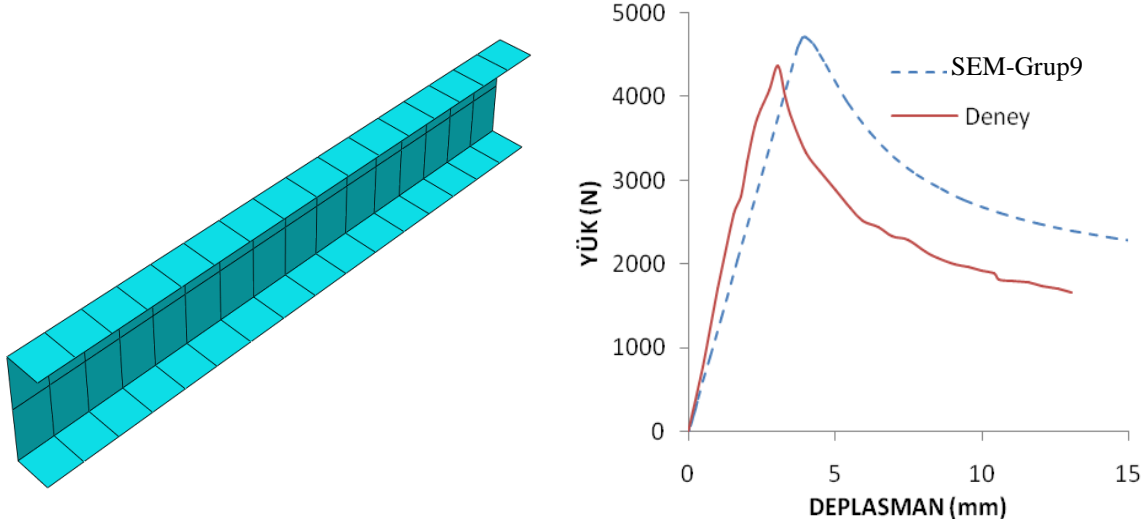
Şekil 11. Grup6 çözüm ağı yoğunluğu, yük-deplasman grafiği  
(Figure 11. Grup6-mesh density, load-displacement graph)



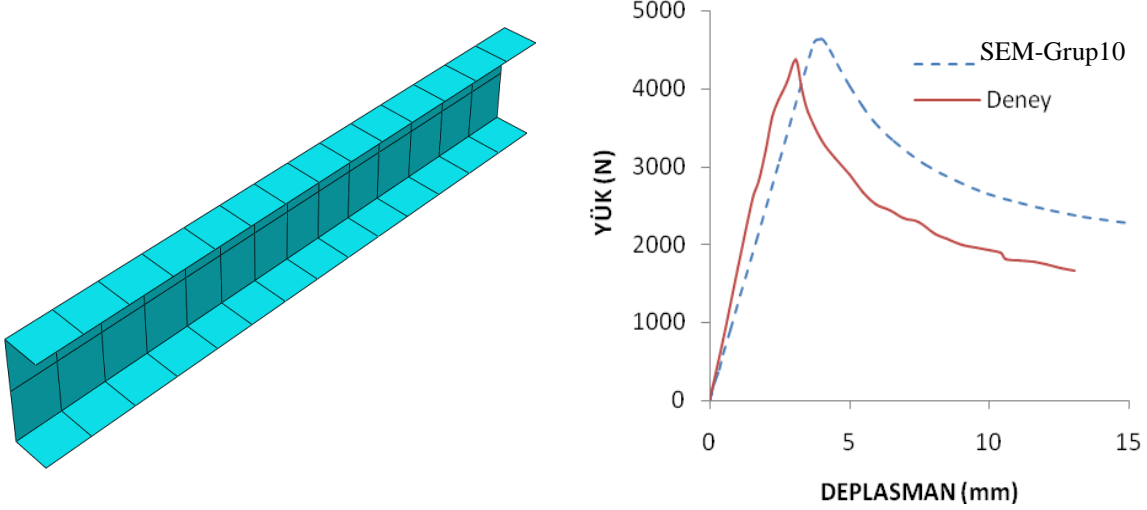
Şekil 12. Grup7 çözüm ağı yoğunluğu, yük -deplasman grafiği  
(Figure 12. Grup7-mesh density, load-displacement graph)



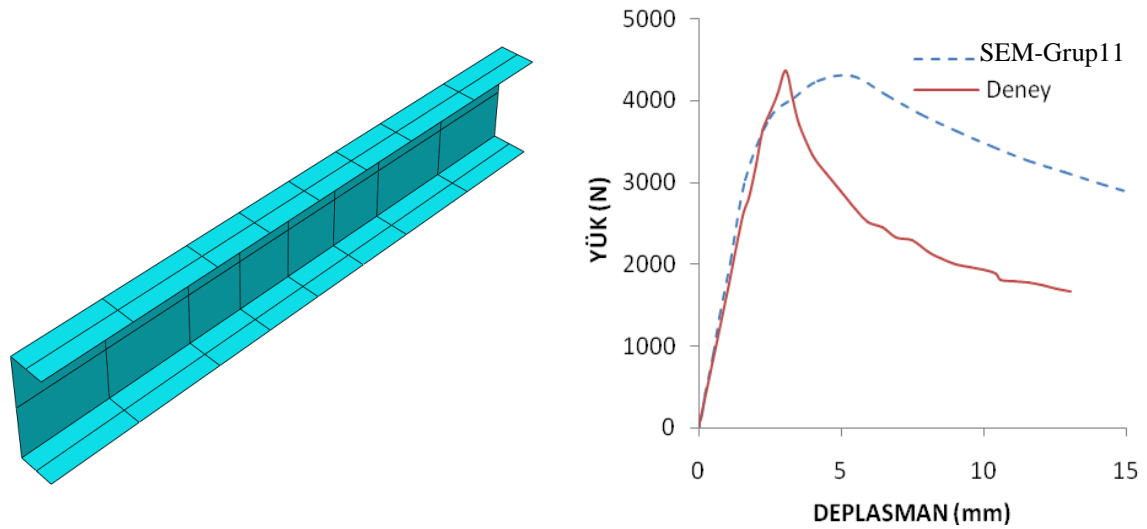
Şekil 13. Grup8 çözüm ağı yoğunluğu, yük-deplasman grafiği  
(Figure 13. Grup8-mesh density, load-displacement graph)



Şekil 14. Grup9 çözüm ağı yoğunluğu, yük-deplasman grafiği  
(Figure 14. Grup9-mesh density, load-displacement graph)



Şekil 15. Grup10 çözüm ağı yoğunluğu, yük -deplasman grafiği  
(Figure 15. Grup10-mesh density, load-displacement graph)



Şekil 16. Grup11 çözüm ağı yoğunluğu, yük-deplasman grafiği  
(Figure 16. Grup11-mesh density, load-displacement graph)

#### 4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER (CONCLUSIONS AND RECOMMENDATIONS)

Bu çalışmada literatürden elde edilen yapılmış deney raporları kullanılarak, doğrusal olmayan analiz yapma kapasitesine sahip ve etkin bir kullanım yeri olan ABAQUS sonlu eleman programı yardımıyla, deney numunesi simüle edilmiştir. Bu aşamada, sonlu elemanlar programının eleman kütüphanesinden uygun eleman seçimi, malzeme davranışları için uygun malzeme modelleri seçimi, üç boyutlu analizde gerekli tüm sınır koşulları ve deney numunelerindeki geometrik süreksizlikler göz önüne alınarak deney ortamı birebir modellenmiştir. Modellemede hem malzeme hem de geometrik non-linearite göz önünde bulundurulmuş ve yapılan sonlu eleman analiz sonuçları ile deney sonuçları yük deplasman grafikleri kabul edilebilir yakınlıkta elde edinceye kadar modelleme geliştirilmiştir. Yapılan tüm bu çalışmaların sonunda şu sonuçlar elde edilmiştir;

- Çözüm ağının sonlu eleman model davranışı üzerinde etkileri büyüktür. Çözüm ağı yoğunluğunun gerçek deneysel davranış sonuçlarının yakalanmasında çok önemli rol oynadığı gözlenmiştir.
- Çok yoğun bir çözüm ağına sahip modelin çözümü elde etmek çok zaman alacağından optimum çözüm ağını elde etmek gerekir. Farklı çözüm ağı yoğunlukları ile yaptığımız çözümler sonucunda Grup 6'ya ait çözümün deneysel davranış eğrisi ile birebir örtüştüğü gözlenmiştir. Bu sonlu eleman modeli için optimum çözüm ağının 10 mm'lik elemanlardan oluşması gerektiği söylenebilir.
- Grup1-2-3-4'e ait sonuç grafikleri deney sonuç grafikleri incelendiğinde deney sonuçlarına daha yakın sonuçlar elde etmek yerine hassas olmayan çözümler elde edildiği görülür. Dolayısıyla "Çok yoğun çözüm ağı daha doğru sonuçlar verir." önermesinin doğru olmadığı görülür. Bunun yanında bazı modeller çözüm ağı hassasiyetine sahiptir
- Çözüm ağı oluşturulurken, her bir sonlu elemanın boyutları arasındaki oran önemlidir. Bu çalışmada 4 düğüm noktalı kabuk eleman kullanıldığından dolayı kabuk elemanın her iki boyutunun oranı 1'e çok yakın alınmıştır. 1den 10'a kadar olan gruplarda bu orana dikkat edilmiş ve sonlu eleman parçaları kare şeklinde teşkil edilmiştir. Bu gruplarda deney eğrisinin davranışı ile SEM modelinin davranışı benzerlik arz etmekle birlikte, Grup 11'de dikdörtgen şeklinde ve kenar uzunluk oranları 0.20~0.30 aralığında değişen sonlu elemanlar tercih edilerek sonuçlar karşılaştırılmıştır. Grup11'in yük-deplasman eğrisinin deney sonuçlarında çok uzak olduğu görülmüştür.

#### NOT (NOTICE)

Bu çalışma, 14-16 Ekim 2010 tarihinde Dicle Üniversitesinde tamamlanan Bilimde Modern Yöntemler Sempozyumunda (BUMAT2010) sözlü sunumu yapılmış ve NWSA yazım esaslarına göre yeniden düzenlenmiştir.

#### KAYNAKLAR (references)

1. Beale, R.G., Godley, M.H.R., and Enjily, V., (2001). A Theoretical and Experimental Investigation into Cold-Formed Channel Sections in Bending with the Unstiffened Flanges in Compression, Computers and Structures, 79: 2403-2411.
2. ABAQUS/CAE, "Users Manual", Version 6.8.3, Dassault Systems Simulia Corp, USA..
3. Aktaş, M., (2004). Minor Axis Flexure and Combined Loading Response of I-Shaped Steel Members, Phd Thesis, University of Pittsburgh.
4. İnan, M., (1970). Cisimlerin Mukavemeti, Ofset Matbaacılık Ltd.Şti., 1970.
5. Taşgetiren, S., Topcu, M., (1998). Mühendisler için Sonlu Elemanlar Metodu, PAÜ Mühendislik Fakültesi matbası, Ders kitapları Yayın No: 007. ISBN 975-6992-03-4, Denizli.

6. Yaman, Z.D., Eryilmaz, D., Aktaş, M. ve Elmas, M., (2009). Doğrusal Olmayan Sonlu Elemanlar Analizinde Çelik Eğilme Elemanlarının Geometrik Kusurlarının Tanımlanması, Uluslararası Sakarya Deprem Sempozyumu, , Sakarya, 1-3 Ekim 2009.
7. Varma, A.H. and Whalen, T., (2009). Finite Elements in Elasticity, Lecture Notes, Purdue University.
8. Yaman, Z.D., Aktaş, M., and Elmas, M., (2008). Verification of Nonlinear Finite Element Modelling of I-Shaped Steel Beams Under Combined Loading, ACE -Cyprus.